

23.09.2020

Група Б-1

Вища математика

Урок 19-20

Тема: Функції та їх основні властивості

Мета:

Навчальна - поширити знання учнів про функції, їх властивості, навчити визначати ці властивості практично в нестандартних ситуаціях;

Розвивальна - розвивати вміння порівнювати вивчені факти і послідовність логічного мислення, графічну культуру, розширити кругозір;

Виховна - виховувати вміння логічно викладати думку, інтерес до математики, культуру розумової праці, спонукати до індивідуальної роботи.

Матеріали до уроку:

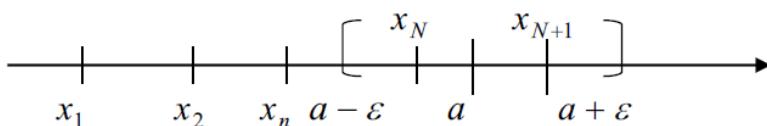
1. Поняття границі послідовності і границі функції, властивості

Означення. Нехай кожному $n \in N$ поставлено у відповідність деяке дійсне число x_n , тобто розглядається функція натурального аргументу. У цьому випадку говорять, що задана *послідовність* дійсних чисел, яку записують у рядок у порядку зростання номерів $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ або коротко: $\{x_n\}, n = 1, 2, 3, \dots$.

Означення. Число a називається *границею послідовності* $\{x_n\}, n = 1, 2, 3, \dots$, якщо для кожного (навіть як завгодно малого) $\varepsilon > 0$ існує номер N такий, що при всіх $n \geq N$ виконується нерівність:

$$|x_n - a| < \varepsilon.$$

Геометрично визначення границі означає, що починаючи з деякого номера, всі члени послідовності опиняються в інтервалі $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$.



Якщо послідовність має границю, то говорять, що вона збігається, у протилежному випадку – розбігається.

Якщо $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$, то величина x_n називається нескінченно малою.

Величина, обернена до нескінченно малої, є нескінченно великою:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty.$$

Властивості:

1. Алгебраїчна сума скінченого числа нескінченно малих величин є величина нескінченно мала.

2. Добуток нескінченно малої на обмежену величину буде нескінченно малим.

Нехай функція $f(x)$ задана на інтервалі $(a; b)$.

Означення. Число A називається *границею функції* $f(x)$ в точці x_0 , якщо для кожного $\varepsilon > 0$ існує $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ таке, що для всіх $x \in (a; b)$, що задовольняють умові $|x - x_0| < \delta$ ($x \neq x_0$) виконується: $|f(x) - A| < \varepsilon$.

Означення. Число A називається *правобічною (лівобічною) границею* функції $f(x)$ в точці x_0 , якщо для будь-якого числа $\varepsilon > 0$ існує $\delta = \delta(\varepsilon)$ таке, що для кожного $x \in (x_0 - \delta, x_0)$ ($x \in (x_0, x_0 + \delta)$) виконується:

$$|f(x) - A| < \varepsilon.$$

- $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A$ (лівобічна границя);
- $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A$ (правобічна границя).

Теорема. Функція $f(x)$ має в точці x_0 границю тоді і тільки тоді, коли в цій точці існують правобічна і лівобічна границі і вони співпадають. У цьому випадку границя функції дорівнює однобічним границям.

2. Арифметичні дії над границями:

Якщо $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ і $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = B$, то справедливі твердження:

- $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = A \pm B;$

- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} = \frac{A}{B}$, за умови, що $B \neq 0$.

Перша визначна границя:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

Друга визначна границя:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \text{або} \quad \lim_{y \rightarrow 0} (1+y)^{\frac{1}{y}} = e.$$

Домашнє завдання:

1. зробити конспект

Зворотній зв'язок:

E-mail: [vitaseriiivna1992@gmail.com](mailto:vitasergiiivna1992@gmail.com)