

29.09.2021

Група 33

Математика (геометрія)

Урок 9

Тема уроку. Розв'язування задач.

Мета уроку: формування вмінь учнів застосовувати вивчений матеріал до розв'язування задач.

Матеріали до уроку:

Вектори в просторі	
	<p><b>Координати вектора (рис. а)</b></p> $\overrightarrow{AB} (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$
	<p><b>Довжина вектора</b></p> $\vec{a} (a_x; a_y; a_z):  \vec{a}  = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$
	<p><b>Рівність векторів</b></p> $\vec{a} (a_x; a_y; a_z) = \vec{b} (b_x; b_y; b_z) \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = b_x; \\ a_y = b_y; \\ a_z = b_z \end{cases}$
	<p><b>Сума векторів (рис. б)</b></p> $\vec{a} (a_x; a_y; a_z) + \vec{b} (b_x; b_y; b_z) = \vec{c} (a_x + b_x; a_y + b_y; a_z + b_z).$ $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM}$
	<p><b>Різниця векторів (рис. в)</b></p> $\vec{a} (a_x; a_y; a_z) - \vec{b} (b_x; b_y; b_z) = \vec{c} (a_x - b_x; a_y - b_y; a_z - b_z).$ $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$
	<p><b>Добуток вектора на число</b></p> $\lambda \cdot \vec{a} (a_x; a_y; a_z) = \vec{c} (\lambda a_x; \lambda a_y; \lambda a_z)$
<p><b>Колінеарні вектори</b></p> <p><math>\vec{a}</math> і <math>\vec{b}</math> колінеарні, якщо</p> $\vec{b} = \lambda \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \frac{b_x}{a_x} = \frac{b_y}{a_y} = \frac{b_z}{a_z}$	

Закріплення та осмислення знань учнів

Розв'язування задач

Знайдіть довжину діагоналі AC паралелограма ABCD, якщо A (2; -6; 0), B (-4; 8; 2), D (0; -12; 0).

Розв'язання

Оскільки  $\overrightarrow{AB} (-6; 14; 2)$ ,  $\overrightarrow{AD} (-2; -6; 0)$ , то  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ , AC (-8; 8; 2) (рис. 300).

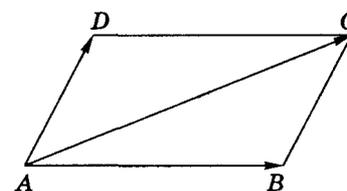


Рис. 300

Тоді  $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-8)^2 + 8^2 + 2^2} = \sqrt{132} = 2\sqrt{33}$ . В і д п о в і д ь .  $2\sqrt{33}$ .

2. Знайдіть кут між стороною  $AC$  і медіаною  $BM$  трикутника  $ABC$ , якщо  $A(-3; -5; 1)$ ,  $B(-4; -1; -2)$  і  $C(3; 3; 1)$ .

**Розв'язання**

Кут між стороною  $AC$  та медіаною  $BM$  дорівнює куту  $\varphi$  між векторами  $\overline{MA}$  та  $\overline{MB}$  (рис. 301), або, якщо кут між цими векторами тупий, — куту  $180^\circ - \varphi$ .

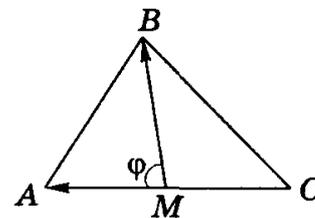


Рис. 301

Знайдемо координати точки  $M$ :  $M\left(\frac{-3+3}{2}; \frac{-5+3}{2}; \frac{1+1}{2}\right) = M(0; -1; 1)$ .

Тоді  $\overline{MB}(-4; 0; -3)$ ,  $\overline{MA}(-3; -4; 0)$ ;

$$\cos \varphi = \frac{\overline{MA} \cdot \overline{MB}}{|\overline{MA}| \cdot |\overline{MB}|} = \frac{(-4) \cdot (-3) + 0 \cdot (-4) + (-3) \cdot 0}{\sqrt{(-4)^2 + 0^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 + 0^2}} = \frac{12}{25}. \quad \varphi = \arccos \frac{12}{25}$$

гострий кут. Отже, кут між стороною  $AC$  та медіаною  $BM$  дорівнює  $\arccos \frac{12}{25}$ .

**Відповідь.**  $\arccos \frac{12}{25}$ .

3. Обчисліть площу паралелограма, побудованого на векторах  $\overline{AB}(3; 0; -4)$  і  $\overline{AD}(0; 5; 0)$ .

**Розв'язання**

Нехай паралелограм  $ABCD$  побудований на векторах  $AB$  і  $AD$  (рис. 302). Площа паралелограма дорівнює добутку суміжних сторін на синус кута між ними:

$$S = |\overline{AB}| \cdot |\overline{AD}| \cdot \sin \varphi.$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{3^2 + 0^2 + (-4)^2} = 5; \quad |\overline{AD}| = \sqrt{0^2 + 5^2 + 0^2} = 5;$$

$$\cos \varphi = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AD}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{AD}|} = \frac{3 \cdot 0 + 0 \cdot 5 + 0 \cdot (-4)}{5 \cdot 5} = 0.$$

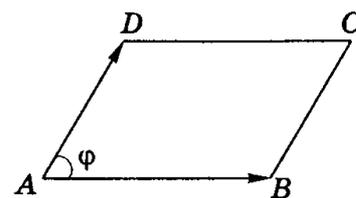


Рис. 302

Оскільки  $\cos \varphi = 0$ , то  $\varphi = 90^\circ$ . Тоді  $\sin \varphi = 1$  і  $S = 5 \cdot 5 \cdot 1 = 25$ .

**Відповідь.** 25.

### Домашнє завдання

1. Дано точки  $A(-4; 7; 0)$  і  $B(0; -1; 2)$ . Знайдіть відстань від початку координат до середини відрізка  $AB$ . (Самоперевірка  $\sqrt{14}$ .)
2. Визначте вид трикутника  $ABC$ , якщо:
  - а)  $A(7; 1; -7)$ ,  $B(0; 8; -7)$ ,  $C(0; 1; 0)$ ;
  - б)  $A(0; -10; -6)$ ,  $B(0; -8; -6)$ ,  $C(-1; -8; -5)$ ;
  - в)  $A(-5; 2; 1)$ ,  $B(-4; 2; 1)$ ,  $C(-5; 3; 1)$ .
3. Знайти координати вершин  $D$  паралелограма  $ABCD$ , якщо  $A(1; 3; 2)$ ,  $B(0; 2; 4)$ ,  $C(1; 1; 4)$ . (Самоперевірка  $D(2; 2; 2)$ .)

### Зворотній зв'язок:

**E-mail:** [vitasergiivna1992@gmail.com](mailto:vitasergiivna1992@gmail.com)