

12.10.2021

Група 33

Математика (алгебра)

Урок №13-14

Тема: Логарифмічні нерівності

Мета: систематизувати знання учнів по темі "Логарифмічні нерівності"; відпрацьовувати вміння та навички вирішення нерівностей, посилити практичну спрямованість даної теми для якісної підготовки до ЗНО;

- **Розвивальна:** розвиток математичного і загального кругозору, мислення, мовлення, уваги і пам'яті.

- **Виховна:** виховання інтересу до математики, активності, вміння спілкуватися, загальної культури.

Матеріали до уроку:

Логарифмічні нерівності

	$\log_a x \leq b$ $a > 0, a \neq 1$	$\log_a x \geq b$ $a > 0, a \neq 1$
Якщо $0 < a < 1$	$x \geq a^b$	$0 < x \leq a^b$
Якщо $a > 1$	$0 < x \leq a^b$	$x \geq a^b$

Методи розв'язування логарифмічних нерівностей

1) $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$

Якщо $0 < a < 1$, то

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) \leq g(x) \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) \leq g(x) \end{cases}$$

Якщо $a > 1$, то

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) \geq g(x) \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) \geq g(x) \end{cases}$$

2) a) $\log_a f(x) + \log_a g(x) \geq c$

$$\begin{cases} \log_a f(x) \times g(x) \geq c \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

б) $\log_a f(x) - \log_a g(x) \geq c$

$$\begin{cases} \log_a \frac{f(x)}{g(x)} \geq c \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

3) Метод введення нової змінної

$$a \log_a f(x) + b \log_a f(x) + c \geqslant 0 \quad \text{О.Д.З.: } f(x) > 0$$

1) $\log_a f(x) = t$

$$at^2 + bt + c \geqslant 0$$

2) Врахування заміни

Приклад 1. Розв'яжіть нерівність $\log_2 x < 3$.

Розв'язання

Оскільки $3 = \log_2 2^3 = \log_2 8$, то запишемо дану нерівність у вигляді $\log_2 x < \log_2 8$. Оскільки функція $y = \log_2 x$ зростаюча при $x > 0$,

то маємо: $\begin{cases} x < 8, \\ x > 0; \end{cases}$ отже, $0 < x < 8$ (рис. 166).

Відповідь: $x \in (0; 8)$.



Рис. 166

Приклад 2. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{3}} x \leq -2$.

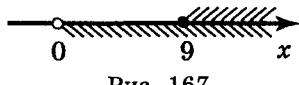


Рис. 167

Розв'язання

Запишемо дану нерівність у вигляді:

$\log_{\frac{1}{3}} x \leq \log_{\frac{1}{3}} 9$. Оскільки функція $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ спадна при $x > 0$,

маємо: $\begin{cases} x \geq 9, \\ x > 0; \end{cases}$ отже, $x \geq 9$ (рис. 167).

Відповідь: $x \in [9; +\infty)$.

Приклад 3. Розв'яжіть нерівність: $\log(x^2 + x) > -1$.

Розв'язання

Так як $-1 = \log_{0,5} 0,5^{-1} = \log_{0,5} 2$, то $\log_{0,5}(x^2 + x) > \log_{0,5} 2$.

Одержані нерівності рівносильна системі

$$\begin{cases} x^2 + x > 0, \\ x^2 + x \leq 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + x > 0, \\ x^2 + x - 2 \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x(x+1) > 0, \\ (x+2)(x-1) \leq 0. \end{cases}$$

Розв'язком першої нерівності (рис. 168) є $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

Розв'язком другої нерівності (рис. 169) є $[-2; 1]$.

Тоді маємо (рис. 170) $x \in [-2; -1] \cup (0; 1]$.

Відповідь: $[-2; -1] \cup (0; 1]$.

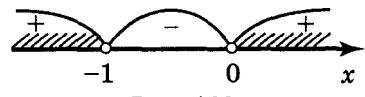


Рис. 168

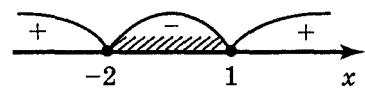


Рис. 169

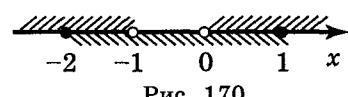


Рис. 170

Домашнє завдання:

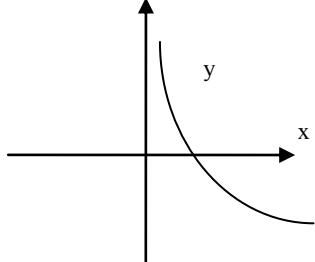
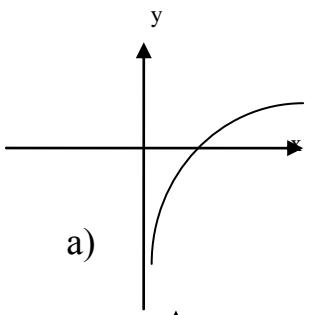
1) Знайти множину розв'язків нерівності: $\log_3(x-4) \leq \log_3 8$

- а) $(-\infty; 2)$ б) $(-\infty; 12]$ в) $[4; 12]$ г) $(4; 12]$ д) $(0; 12]$

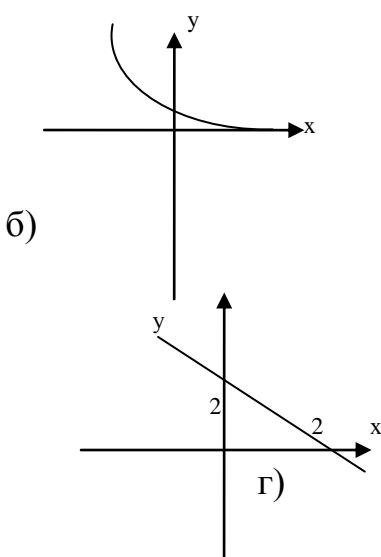
2) Розв'яжти нерівність: $\log_{0,1}(2x-5) > \log_{0,1} x$

- а) $(2,5; \infty)$ б) $(5; \infty)$ в) $(-\infty; 5)$ г) $(0; 5)$ д) $(25; 5)$

3) На якому малюнку схематично зображені графік функції $y = \log_{\frac{1}{2}} x$



в)



г)

- 4) Розв'язати рівняння $\log_3 x = 2$
а) 3; б) 8; в) 9; г) не має рішення; д) 1

Зворотній зв'язок

E-mail: vitasergii1992@gmail.com