

18.10.2021

Група Б-1

Вища математика

Урок №36-37

Тема: Комплексні числа

Мета:

Навчальна - ознайомити з поняттям комплексного числа;

Розвивальна – розвинути математичні здібності, увагу, уяву;

Виховна – виховати культуру навчального процесу та математичних записів.

Матеріали до уроку:

У багатьох розділах математики та її застосуваннях неможливо обмежетись розглядом лише дійсних чисел. Вже досить давно під час розв'язування різних задач виникла потреба добувати квадратний корень з від'ємних чисел. Але чисел, які піднесені до квадрату дають від'ємні числа, тоді не знали і тому вважали, що квадратні корені з від'ємних чисел не існують, тобто задачі, які до них приводять, не мають розв'язків. Зокрема, так було під час розв'язування квадратних рівнянь з від'ємним дискримінантом, наприклад:

$$x^2 - 4x + 10 = 0 \quad x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{-6}.$$

Тому природно постало питання про розширення множини дійсних чисел, преданням до неї нових так, щоб у розширеній множині крім чотирьох арифметичних дій – додавання, віднімання, множення і ділення (за винятком ділення на нуль), можна було виконувати дію добування кореня. Це питання було успішно розв'язано лише у XIX сторіччі. Відповідно до прийнятих в математиці принципів розширення поняття числа при розширенні множини дійсних чисел мають задовільнятися такі вимоги:

- 1) означення нових чисел мусить спиратися на поняття дійсного числа, і нова множина має містити всі дійсні числа;
- 2) для нових чисел повинні виконуватись п'ять законів прямих арифметичних чисел (пригадайте ці закони);
- 3) у новій числовій множині мусить мати розв'язок рівняння $x^2 = -1$.

Оскільки існує вимога, щоб у новій числовій множині рівняння $x^2 = -1$ мало розв'язок, необхідно внести деяке нове число, вважаючи його розв'язком цього рівняння. Число, квадрат якого дорівнює -1 , позначають буквою i і називають уявною одиницею (i – перша буква латинського слова *imaginarius* – уявний). Підкреслимо, що рівність $i^2 = -1$ приймається за означенням і не доводиться. До нової множини мають належати числа виду $b+i$ (добуток дійсного числа на уявну

одиницю) і числа виду $a + b\mathbf{i}$ (сумма дійсного числа a та добуток дійсного числа b на уявну одиницю).

Отже, нова множина чисел повинна містити всі числа виду $a + b\mathbf{i}$. Числа виду $a + b\mathbf{i}$, де a і b – довільні дійсні числа, $a\mathbf{i}$ – уявна одиниця називають комплексними. Слово “комплексний” означає складений. Число a називають дійсною частиною числа $a + b\mathbf{i}$, а вираз $b\mathbf{i}$ – уявною.

Число називають коефіцієнтом при уявній частині. Наприклад, у числі $6 + 7\mathbf{i}$ дійсна частина 6, уявна 7. Коефіцієнт при уявній частині дорівнює 7. Дійсною частиною числа $0 + 3\mathbf{i}$ є число нуль, а уявною – вираз $3\mathbf{i}$; коефіцієнт при уявній частині дорівнює 3. Числа виду $a + 0\mathbf{i}$ ототожнюються з дійсними числами, а саме вважають, що $a + 0\mathbf{i} = a$. Таким чином виконується обов’язкова для будь – якого розширення поняття числа вимога, щоб попередній числовий “зapas” входив до нової чисової множини як її частина. Множина дійсних чисел є частиною (підмножиною) множини комплексних чисел. Відповідно до вимог, що ставляться при будь – якому розширення поняття числа, при побудові множини комплексних чисел треба ввести за означенням умову рівності цих чисел і правила виконання прямих дій – додавання і множення.

Два комплексних числа $a + b\mathbf{i}$ і $c + d\mathbf{i}$ рівні між собою тоді і тільки тоді, коли $a = c$ і $b = d$, тобто коли рівні їх дійсні частини і коефіцієнти при уявних частинах.

Поняття “більше” і “менше” для комплексних чисел не має смислу. Ці числа за величиною не порівнюють. Тому не можна, наприклад, сказати, яке з двох комплексних чисел більше $10\mathbf{i}$ чи $3\mathbf{i}$, $2+5\mathbf{i}$ чи $5+2\mathbf{i}$.

Важливим є поняття про спряжені комплексні числа. Числа $a + b\mathbf{i}$ і $a - b\mathbf{i}$, дійсні частини яких рівні, а коефіцієнти при уявних частинах рівні за модулем, але протилежні за знаком, називають спряженими. Можна сказати простіше: числа $a + b\mathbf{i}$ і $a - b\mathbf{i}$, які відрізняються лише знаком уявної частини, називають спряженими.

Наприклад, спряженими є комплексні числа $4+3\mathbf{i}$ та $4-3\mathbf{i}$; $2-\mathbf{i}$ та $2+\mathbf{i}$; $-8+7\mathbf{i}$ та $-8-7\mathbf{i}$; $-5-\mathbf{i}$ та $-5+\mathbf{i}$. Якщо дане число $6\mathbf{i}$, то спряженим до нього є $-6\mathbf{i}$. До числа 11 спряженим буде 11, бо $11+0\mathbf{i}=11-0\mathbf{i}$.

Домашнє завдання:
зробити конспект вище викладеного матеріалу

Зворотній зв'язок:
E-mail vitasergivna1992@gmail.com