

**08.11.2021**

**Група Б-1**

**Вища математика**

**Урок 51-52**

**Тема:** Інтерполяційний многочлен Ньютона

**Мета:**

Навчальна – ознайомити з поняттям «многочлен Ньютона» та навчитись його використовувати під час розв'язання вправ;

Розвивальна – розвинути математичні здібності, увагу, уяву;

Виховна – виховати культуру навчального процесу та математичних записів.

Матеріали до уроку:

Презентація <https://ppt-online.org/22817>

У випадку, коли вузли інтерполювання утворюють арифметичну прогресію (рівновіддалені) користуються інтерполяційною формулою, яка використовує скінченні різниці функції.

Скінченою різницею першого порядку величини називається різниця між двома послідовними її табличними значеннями

Скінченою різницею другого порядку величини називається різниця між двома послідовними різницями першого порядку

Аналогічно визначаються і скінченні різниці вищих порядків.

Із означенень одержуємо:

$$y_1 = y_0 + \Delta y_0, y_2 = y_1 + \Delta y_1 = y_1 + (\Delta y_0 + \Delta^2 y_0) = y_0 + 2\Delta y_0 + \Delta^2 y_0$$

$$y_3 = y_2 + \Delta y_2 = y_2 + (\Delta y_1 + \Delta^2 y_1) = y_0 + 3\Delta y_0 + 3\Delta^2 y_0 + \Delta^3 y_0.$$

Можна показати методом математичної індукції, що і в загальному випадку коефіцієнти виразу є біноміальними, а весь вираз нагадує розгорнутий -ий степінь суми. Тому

$$y_n = y_0 + \frac{n}{1!} \Delta y_0 + \frac{n(n-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \dots + \frac{n(n-1)\dots(n-(n-1))}{n!} \Delta^n y_0. \\ (n = 1,2,3,\dots)$$

Якщо будемо обчислювати нетабличне значення, що відповідає нетабличному значенню, і збережемо вигляд правої частини рівності, то величина буде такою самою функцією. Замінивши, одержуємо інтерполяційну формулу Ньютона:

$$\psi(x) = y_x = y_0 + \frac{u(u-1)}{1!} \Delta y_0 + \frac{u(u-1)\dots(u-n+1)}{n!} \Delta^n y_0.$$

У розгорнутому вигляді  $\psi(x)$  є многочлен степеня  $n$  відносно  $x$ . За всіх табличних значень аргументу  $x$   $\psi(x)$  дорівнює відповідному табличному значенню функції, тобто  $\psi(x_n) = y_n$  ( $n = 1,2,3,\dots$ ).

Зauważення. Якщо функція  $y(x)$  лінійна або якщо розміщення на координатній площині точок  $(x_k; y_k)$  наближено нагадує пряму лінію, то для одержання проміжних (нетабличних) значень не має необхідності в

інтерполяційних формулах, побудованих на базі усієї таблиці. Достатньо використати лише два близьких вузли інтерполяції. Нехай потрібно знайти  $y(x)$ , знаючи відповідні табличні значення. Із рівняння прямої

$$\frac{y(x) - y_k}{y_{k+1} - y_k} = \frac{x - x_k}{x_{k+1} - x_k}$$

одержимо

$$y(x) = y_k + \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k} (x - x_k); \quad x_k < x < x_{k+1}.$$

Цю формулу називають формулою лінійного інтерполяції. Нею часто користуються у випадках, коли вузли інтерполяції близькі один до одного.

Одержано формули диференціювання функції, заданої таблицею, у випадку рівновіддалених вузлів інтерполяції.

Інтерполяційну формулу Ньютона запишемо так:

$$y(x) = y_0 + u \cdot \Delta y_0 + \frac{u^2 - u}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{u^3 - 3u^2 + 2u}{6} \Delta^3 y_0 + \dots$$

Оскільки

$$y'(x) = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} = \frac{dy(x)}{du} \frac{1}{h}; \quad y''(x) = \frac{d^2y}{du^2} \frac{1}{h^2} \quad \text{то}$$

$$y'(x) = \frac{1}{h} \left[ \Delta y_0 + \frac{2u-1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{3u^2 - 6u + 2}{6} \Delta^3 y_0 + \dots \right],$$

$$y''(x) = \frac{1}{h^2} \left[ \Delta^2 y_0 + (u-1) \Delta^3 y_0 + \dots \right]$$

Для знаходження похідних функцій за табличних значень аргументу:

$$y'(x_0) = \frac{1}{h} \left[ \Delta y_0 - \frac{\Delta^2 y_0}{2} + \frac{\Delta^3 y_0}{3} - \frac{\Delta^4 y_0}{4} + \dots \right],$$

$$y''(x_0) = \frac{1}{h} \left[ \Delta^2 y_0 - \Delta^3 y_0 + \frac{11}{12} \Delta^4 y_0 + \dots \right]$$

Ці формули поширюються на будь-яке табличне значення аргументу оскільки будь-яке значення з таблиці скінчених різниць можна вважати початковим, так що

$$y'(x_1) = \frac{1}{h} \left[ \Delta y_1 - \frac{\Delta^2 y_1}{2} + \frac{\Delta^3 y_1}{3} - \frac{\Delta^4 y_1}{4} + \dots \right].$$

Домашнє завдання:

1. Зробити конспект з презентації та матеріалів до уроку

**Зворотній зв'язок:**

E-mail [vitasergiiivna1992@gmail.com](mailto:vitasergiiivna1992@gmail.com)