

17.11.2021

Група 31

Математика (геометрія)

Урок 13-14

Тема: Призма. Паралелепіпед. Площа бічної і повної поверхні призми.

Розв'язання задач.

Мета:

Розвивальна: сприяти розвитку просторового мислення, оперування просторовими категоріями й поняттями; вмінь фіксувати та свідомо використовувати навчальну інформацію (загальні навчальні компетенції).

Навчальна: формування знань основних понять теми, навичок розпізнавання та зображення просторових тіл (призм і паралелепіпедів) на площині; вмінь застосовувати властивості вивчуваних понять на практиці, при розв'язуванні типових задач (предметні компетенції).

Виховна: сприяти вихованню цілеспрямованості, наполегливості у виконанні освітніх завдань, культури математичної мови та мислення, графічної культури, інтерес до вивчення математики (особистісні компетенції).

Матеріали до уроку:

Види многогранників.

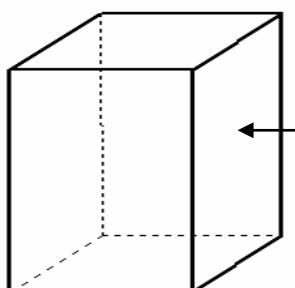
Призми і паралелепіпеди

Призма – многогранник, у якого дві грані – *рівні n*-кутники, а решта граней – паралелограми.

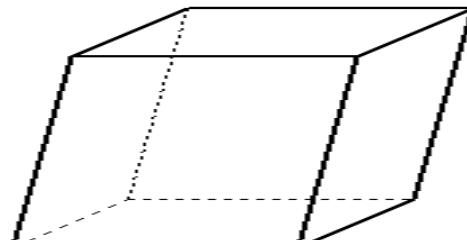
Призми

Прямі: опуклі й не опуклі правильні

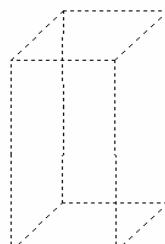
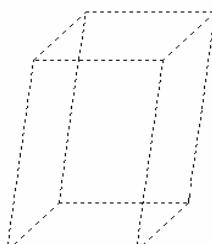
Похилі: опуклі й неопуклі



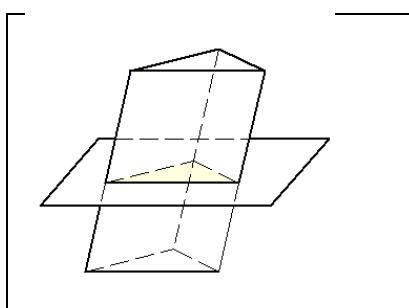
Пряма
Похила



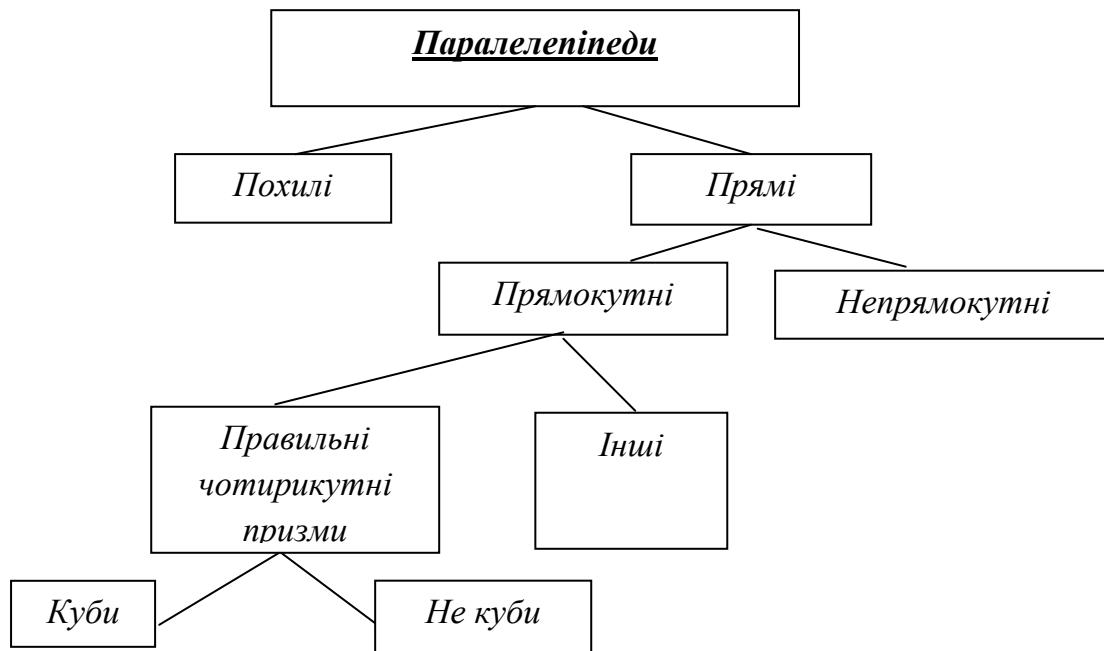
діагональний
переріз -
паралелограм



діагональний
переріз -
прямокутник



Січна площа, паралельна основі, перетинає її по многокутнику, що дорівнює основі.



Паралелепіпед - призма, основа якої *паралелограм*.

Прямий паралелепіпед – такий, бічні ребра якого *перпендикулярні* основі.

Прямоокутний паралелепіпед – той, в якого всі грані – *прямоокутники*.

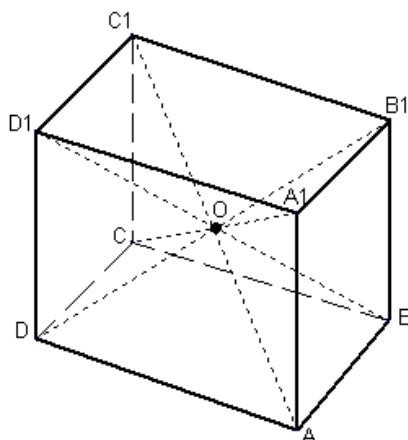
Довжини трьох ребер прямоокутного паралелепіпеда називають вимірами цього прямоокутного паралелепіпеда.

Куб – *прямоокутний паралелепіпед*, усі три виміри якого рівні.

1. Теореми про властивості паралелепіпедів

Теорема 1: діагоналі паралелепіпеда перетинаються в одній точці і діляться цією точкою пополам.

Доведення:



Ребра AB, A_1B_1, DC, D_1C_1 паралельні й рівні, оскільки $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – паралелепіпед, тоді ABC_1D_1 і CDA_1B_1 – паралелограми.

Нехай діагоналі ABC_1D_1 і CDA_1B_1 перетинаються в точках O і O_1 , які є серединами відрізків AC_1 і DB_1 .

AC_1 і DB_1 – діагоналі паралелограма ADC_1B_1 , звідси точки O і O_1 – збігаються. Таким чином, середина кожної діагоналі паралелепіпеда – одна й та сама точка O , що й треба було довести.

Властивість точки перетину діагоналей паралелепіпеда:

ця точка є центром симетрії паралелепіпеда.

Теорема 2: квадрат діагоналі прямоокутного паралелепіпеда дорівнює сумі квадратів трьох його вимірів:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

2. Обчислення площ поверхонь призм і паралелепіпедів

Вид многогранника	Сбічн	Snовн
Призма похила Паралелепіпед	Сума площ бічних граней	$Sn = S\bar{b} + 2 So$, де $S\bar{b}$ – площа бічної поверхні, So – площа основи
Призма пряма Прямокутний пар-д	$S\bar{b} = Ph$, де P – периметр основи h – висота прямої призми (прямокутного паралелепіпеда)	
куб	$S\bar{b} = 4a^2$, де a – ребро куба	$Sn = 8a^2$, де a – ребро куба

Задачі:

- 1) Площа поверхні правильної чотирикутної призми дорівнює 40 см^2 , а площа бічної поверхні – 32 см^2 . Знайдіть висоту призми.

Розв'язання. Площі двох основ призми дорівнюють $40 - 32 = 8 (\text{см}^2)$, а однієї – 4 см^2 . Тому сторона основи дорівнює 2 см . Площа однієї бічної грані $32 : 4 = 8 (\text{см}^2)$. Якщо висота призми дорівнює h , то $2h = 8$, звідки $h = 4 (\text{см})$.

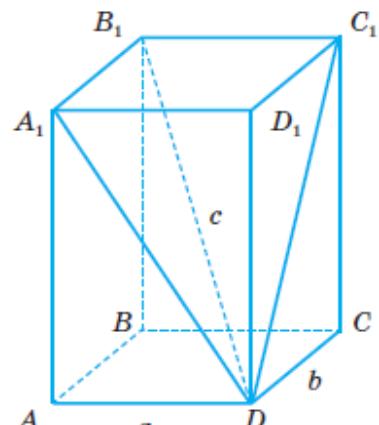
- 2) Знайдіть площину поверхні прямокутного паралелепіпеда, діагональ якого дорівнює $5\sqrt{10} \text{ см}$, а діагоналі бічних граней – 13 см і 15 см .

Розв'язання. Нехай $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямокутний паралелепіпед, у якого $DB_1 = 5\sqrt{10} \text{ см}$, $DC_1 = 13 \text{ см}$, $DA_1 = 15 \text{ см}$ (мал. 133). Позначимо виміри паралелепіпеда $AD = a$, $DC = b$, $DD_1 = c$.

Тоді за теоремою Піфагора $DC_1^2 = b^2 + c^2$, $DA_1^2 = a^2 + c^2$ і $DB_1^2 = a^2 + b^2 + c^2$. Отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 250, \\ b^2 + c^2 = 169, \\ a^2 + c^2 = 225. \end{cases}$$

Віднявши від першого рівняння друге і третє, отримаємо: $a^2 = 81$ і $b^2 = 25$, тоді $c^2 = 144$. Отже, $AD = 9 \text{ см}$, $DC = 5 \text{ см}$, $DD_1 = 12 \text{ см}$. Тоді $S_{\text{б}} = P_{\text{осн}} \cdot h = 2(5 + 9) \cdot 12 = 336 (\text{см}^2)$. $S_{\text{п}} = S_{\text{б}} + 2S_{\text{осн}}$. Оскільки $S_{\text{осн}} = 5 \cdot 9 = 45 (\text{см}^2)$, то $S_{\text{п}} = 336 + 2 \cdot 45 = 426 (\text{см}^2)$.



Мал. 133

Домашня робота:
Виконати тестові завдання

→ Призмою називають многогранник у якого:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> а) дві грані рівні (їх називають основами) та їх відповідні сторони перпендикулярні, а інші грані (бічні) - паралелограми | <input type="checkbox"/> б) одна грань (основа), а інші грані (бічні) - трикутники |
| <input type="checkbox"/> в) дві грані рівні (їх називають основами) та їх відповідні сторони паралельні, а інші грані (бічні) - паралелограми, у кожного з яких дві протилежні сторони є сторонами основ | <input type="checkbox"/> г) дві грані різні (їх називають основами), їх відповідні сторони не паралельні, а інші грані (бічні) - трапеції, у кожного з яких дві протилежні сторони є сторонами основ |

→ Скільки ребер може сходитися у вершині многогранника?

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> а) Довільна кількість. | <input type="checkbox"/> б) Довільна кількість, але не менше ніж три. |
| <input type="checkbox"/> в) Довільна кількість, але не більше ніж три. | <input type="checkbox"/> г) Три. |

→ Діагоналлю призми називають відрізок, що:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> а) Сполучає дві вершини призми. | <input type="checkbox"/> б) Сполучає дві вершини призми, що не належать одній грани. |
| <input type="checkbox"/> в) Сполучає площини основ. | <input type="checkbox"/> г) Сполучає вершини основ. |

→ Призму називають прямою, якщо:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> а) її бічні ребра рівні. | <input type="checkbox"/> б) її бічні ребра перпендикулярні до основ. |
| <input type="checkbox"/> в) її основи паралельні. | <input type="checkbox"/> г) її висота паралельна бічним ребрам. |

→ Площа повної поверхні трикутної піраміди дорівнює 64cm^2 , а площа її основи- 25cm^2 . Знайдіть площу однієї грані піраміди.

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> а) 13 ; | <input type="checkbox"/> б) 9,75 ; |
| <input type="checkbox"/> в) 29,7 ; | <input type="checkbox"/> г) 16 ; |

→ Сторона основи правильної трикутної призми дорівнює 8 см. Обчисліть висоту призми, якщо площа її бічної поверхні дорівнює 48 cm^2

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> а) 24 | <input type="checkbox"/> б) 2 |
| <input type="checkbox"/> в) 4 | <input type="checkbox"/> г) 6 |

→ Площа повної поверхні куба з ребром 2 см дорівнює

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> а) 60 cm^2 | <input type="checkbox"/> б) 30 cm^2 |
| <input type="checkbox"/> в) 24 cm^2 | <input type="checkbox"/> г) 36 cm^2 |
| <input type="checkbox"/> д) 52 cm^2 | |

Зворотній зв'язок:

E-mail: vitasergiiivna1992@gmail.com