***Урок 21***

***Геометрія***

***Тема уроку*. Правильні многогранники**

**Формування компетентностей:**

* ***предметна компетентність*:** сформувати в учнів поняття про правильні многогранники; ознайомити з  видами правильних многогранників: тетраедром, кубом, октаедром, додекаедром, ікосаедром.
* ***ключові компетентності*:**
* *математична компетентність* **–** оперувати геометричними об’єктами на площині та в просторі;
* *спілкування державною мовою* **–** доречно та коректно вживати в мовленні математичну термінологію, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;
* *спілкування іноземними мовами* **–** зіставляти математичні терміни (тетраедр, гексаедр, октаедр, додекаедр, ікосаедр) з їхнім походженням з іноземної мови;
* *уміння вчитися впродовж життя* **–** усвідомлювати цінність нових знань і вмінь.

Хід уроку

Сьогодні поговоримо про особливий вид многогранників – про правильні многогранники. Многогранники є геометричними тілами, досконалість, краса та гармонія яких дивує та зачаровує погляд. Многогранники оточують нас всюди. Їх створюють своїми руками люди, їх створює природа.

Перед тим, як ми перейдемо до вивчення правильних многогранників, згадаємо деякі вже відомі вам поняття.

1. Що називається многогранником?
2. Назвіть елементи многогранника.
3. Який многогранник називається опуклим?
4. Що таке правильна призма?
5. Яка піраміда називається правильною?

***Правильним многогранником*** називають опуклий многогранник, у якого всі грані — рівні правильні многокутники й у кожній вершині сходиться однакове число ребер.

Всього існує п’ять видів правильних многогранників. З двома з них вже знайомі. Це куб (гексаедр) та тетраедр.

Довести, що існує всього п΄ять правильних опуклих многогранників можна за допомогою розгортки опуклого многогранного кута (доведення Евкліда).

Кожний кут правильного трикутника дорівнює 60°, тому з правильних трикутників можна утворити тільки три види правильних многогранників, в кожній з вершин яких сходиться по три, чотири або п’ять ребер.

Кут квадрата дорівнює 90°. Тому з квадратів можна утворити тільки один правильний многогранник, в кожній вершині якого сходиться по три ребра.

Кут правильного п’ятикутника дорівнює 108°. Тому з п’ятикутників можна утворити також тільки один правильний многогранник, в кожній вершині якого сходиться по три ребра.

Кут правильного шестикутника дорівнює 120°. Тому з таких кутів не можна утворити навіть тригранного кута.

З кутів правильних многокутників, що мають більше шести сторін, тим більше не можна утворити ніякого многогранного кута.

Таким чином, вершина правильного многогранника може бути вершиною:

* трьох, чотирьох або п’яти правильних трикутників;
* трьох квадратів;
* трьох правильних п’ятикутників.

Отже, існує 5 видів правильних многогранників: тетраедр, гексаедр, октаедр, додекаедр, ікосаедр.

***Правильний тетраедр*** — складається з чотирьох правильних трикутників, в кожній вершині сходиться по 3 ребра. Отже, сума плоских кутів при кожній вершині дорівнює 3·60° = 180° < 360°. Він має 4 грані, 4 вершини і 6 ребер.

***Октаедр*** — це многогранник, поверхня якого складається з восьми правильних трикутників і в кожній вершині сходиться по чотири ребра. Отже, сума плоских кутів при кожній вершині дорівнює 4·60° = 240° < 360°. Він має 8 граней, 8 вершин і 12 ребер.

***Ікосаедр*** — це многогранник, поверхня якого складається з двадцяти правильних трикутників і в кожній вершині сходиться по п'ять ребер. Отже, сума плоских кутів при кожній вершині дорівнює 5·60° = 300° < 360°. Він має 20 граней, 12 вершин і 30 ребер.

***Гексаедр*** — це многогранник, поверхня якого складається із шести квадратів і в кожній вершині сходиться по три ребра. Отже, сума плоских кутів при кожній вершині дорівнює 3·90° = 270° < 360°. Він має 6 граней, 8 вершин і 12 ребер.

***Додекаедр*** — це многогранник, поверхня якого складається з дванадцяти правильних п’ятикутників і в кожній вершині сходиться по 3 ребра. Отже, сума плоских кутів при кожній вершині дорівнює 3·108° = 324° < 360°. Він має 12 граней, 20 вершин і 30 ребер.

Назви цих многогранників прийшли з Стародавньої Греції, в них вказано кількість граней: «едра» - грань, «тетра» - 4, «гекса» - 6, «окта» - 8, «ікоса» - 20, «додека» - 12.

Факт існування тільки п’яти видів правильних многогранників був встановлений ще в часи стародавніх греків. Правильні многогранники в своїх наукових теоріях використовували вчені.

Вивчаючи будь-які многогранники, природньо порахувати, скільки у них граней, ребер та вершин.

Підрахуємо і ми кількість вказаних елементів платонових тіл і занесемо результати в таблицю 1.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Правильний многогранник | Вид грані | Число | | |
| Вершин | Граней | Ребер |
| Тетраедр | Правильний трикутник | 4 | 4 | 6 |
| Куб | Правильний чотирикутник | 6 | 8 | 12 |
| Октаедр | Правильний трикутник | 8 | 6 | 12 |
| Додекаедр | Правильний п’ятикутник | 12 | 20 | 30 |
| Ікосаедр | Правильний трикутник | 20 | 12 | 30 |

Аналізуючи дану таблицю, виникає питання: «Чи нема деякої закономірності у зростанні чисел в кожному стовпці? На перший погляд, ні. В стовпці «вершини» немає навіть стабільного зростання. Кількість вершин то збільшується, то зменшується. В стовпці «ребра» закономірності також не видно. Але можна розглянути суму чисел в двох стовпцях, наприклад, в стовпцях «грані» та «вершини» (Г+В). Ось тепер закономірності не помітить тільки «сліпий».

Таблиця 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Правильний многогранник | Число | |
| Граней та вершин (Г + В) | Ребер (Р) |
| Тетраедр | 4 + 4 = 8 | 6 |
| Куб | 6 + 8 = 14 | 12 |
| Октаедр | 8 + 6 = 14 | 12 |
| Додекаедр | 12 + 20 = 32 | 30 |
| Ікосаедр | 20 + 12 = 32 | 30 |

Сформулюємо її так: ***«Сума числа граней та вершин дорівнює числу ребер, збільшеному на 2»***, тобто

**Г + В = Р + 2.**

Отже, ми разом «відкрили» формулу, яка була помічена уже Декартом в 1640 р., а пізніше знову відкрита Ейлером, ім’я якого вона носить. Формула Ейлера дійсна для довільних опуклих многогранників.

Моделі поверхонь правильних многогранників можна склеїти з щільного паперу або картону, скориставшись для цього розгортками цих многогранників.

1. Знайдіть суму плоских кутів при всіх вершинах:

а) ікосаедра; б) додекаедра .

2. Ребро правильного октаедра дорівнює *а*. Знайдіть відстань між двома протилежними вершинами.

3. Під яким кутом із центра правильного октаедра видно його ребро?

*Перегляд відеофрагменту*

(https://www.youtube.com/watch?v=KXm3xUGkLjw)

**Домашнє завдання**. §19 ст.170 №702,707

**Зворотній звязок: ysipovich.anna@gmail.com**