

! Виконаний конспект та завдання надсилати на ел.пошту: maletz_natalia@ukr.net !

Або на вайбер, телеграм 066 28 78 117

Обовязково вказували ПІБ учня і номер групи

Дата: 30.03

Викладач: Малець Наталя Олексіївна

Предмет: Інженерна геодезія

Група № Б-1 «Будівництво та цивільна інженерія»

Урок № 27-28

Тема: Загальні відомості з теорії похибок вимірювань.

Тема уроку: Середня квадратична похибка арифметичної середини

Визначення середньої квадратичної похибки за найімовірнішими значеннями

Мета уроку: навчиться та ознайомитися з загальними відомостями про геодезію та геодезичні вимірювання, про топографічні плани і карти, а також про загальні відомості з теорії похибок вимірювань.

Тип уроку: комбінований.

ХІД УРОКУ:

Нехай L – середнє арифметичне із $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ вимірювань.

X – істине значення величини, що вимірюється. Тоді величина

$$L - X = M \quad (4.9)$$

називається *середньою квадратичною похибкою арифметичної середини*.

Для її визначення розглянемо ряд рівноточних вимірювань:

$$\left. \begin{array}{l} l_1 - X = \Delta_1 \\ l_2 - X = \Delta_2 \\ l_3 - X = \Delta_3 \\ \dots \\ l_n - X = \Delta_n \end{array} \right\} \quad (4.10)$$

Складвши і розділивши почленно на n рівність (4.10), отримаємо:

$$\frac{[l_i]}{n} - X = \frac{[\Delta_i]}{n}, \text{ тобто} \quad (4.11)$$

! Виконаний конспект та завдання надсилати на ел.пошту: maletz_natalia@ukr.net !

Або на вайбер, телеграм 066 28 78 117

Обовязково вказували ПІБ учня і номер групи

$$L - X = M. \quad (4.12)$$

Прирівнямо праві частини рівностей (4.11) та (4.12), отримаємо:

$$M = \frac{[\Delta_i]}{n} = \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n}{n}; \quad (4.13)$$

Піднісши до квадрату рівність (4.13), отримаємо:

$$M^2 = \frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 + \dots + \Delta_n^2 + 2\Delta_1\Delta_2 + 2\Delta_1\Delta_3 + \dots + 2\Delta_{n-1}\Delta_n}{n}.$$

Але від'ємні і додатні випадкові похибки рівноможливі. Тому сума подвоєних добутків у цій формулі прямує до нуля, якщо їх число прямує до нескінченності. Відкинувшись їх, отримаємо:

$$M^2 = \frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 + \dots + \Delta_n^2}{n^2} = \frac{[\Delta^2]}{n^2},$$

Зважаючи на те, що

$$m^2 = \frac{[\Delta^2]}{n},$$

отримаємо:

$$M^2 = \frac{m^2}{n},$$

або

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}}. \quad (4.14)$$

Отже, середня квадратична похибка арифметичної середини у корінь квадратний з числа разів вимірювань менша, ніж середня квадратична похибка окремого вимірювання.

4.6. Визначення середньої квадратичної похибки за найімовірнішими значеннями

Найчастіше істинне значення величини, яка вимірюється невідоме. Тому різницю результату вимірювань і арифметичної середини

$$l_i - L = \delta \quad (4.15)$$

! Виконаний конспект та завдання надсилали на ел.пошту: maletz_natalia@ukr.net !

Або на вайбер, телеграм 066 28 78 117

Обовязково вказували ПІБ учня і номер групи

називають *найімовірнішою похибкою*.

Щоб її визначити, допустимо наступне.

Нехай, маємо два ряди похибок рівноточних вимірювань:

$$\begin{array}{ll} \Delta_1 = l_1 - X; & \delta_1 = l_1 - L; \\ \Delta_2 = l_2 - X; & \delta_2 = l_2 - L; \\ \Delta_3 = l_3 - X; & \delta_3 = l_3 - L; \\ \dots & \dots \\ \Delta_n = l_n - X; & \delta_n = l_n - L; \end{array}$$

де Δ_i – істинні похибки вимірювань;

δ – найімовірніші похибки вимірювань.

Віднімемо почленно ліві і праві частини цих рівностей:

$$\begin{aligned} \Delta_i - \delta_i &= l_i - X - l_i + L; \\ \Delta_i - \delta_i &= L - X. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Але

$$L - X = M.$$

З урахуванням цієї рівності отримаємо:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \delta_1 + M; \\ \Delta_2 &= \delta_2 + M; \\ \Delta_3 &= \delta_3 + M; \\ \dots & \\ \Delta_n &= \delta_n + M; \end{aligned} \quad (4.17)$$

Кожну рівність піднесемо до квадрата:

$$\begin{aligned} \Delta_1^2 &= \delta_1^2 + M^2 + 2\delta_1 M; \\ \Delta_2^2 &= \delta_2^2 + M^2 + 2\delta_2 M; \\ \Delta_3^2 &= \delta_3^2 + M^2 + 2\delta_3 M; \\ \Delta_n^2 &= \delta_n^2 + M^2 + 2\delta_n M; \end{aligned} \quad (4.18)$$

Складемо почленно рівності (4.18) і розділимо їх на n .

$$\frac{[\Delta^2]}{n} = \frac{[\delta^2]}{n} + M^2 + 2M \frac{[\delta]}{n}.$$

З урахуванням того, що

! Виконаний конспект та завдання надсилали на ел.пошту: maletz_natalia@ukr.net !

Або на вайбер, телеграм 066 28 78 117

Обовязково вказували ПІБ учня і номер групи

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\delta]}{n} = 0,$$

вираз $2M \frac{[\delta]}{n} = 0,$

отже отримаємо:

$$\frac{[A^2]}{n} = \frac{[\delta^2]}{n} + M^2.$$

Але $M^2 = \frac{m^2}{n}; \quad \frac{[A^2]}{n} = m^2$, тоді

$$m^2 = \frac{[\delta^2]}{n} + \frac{m^2}{n};$$

$$m^2 - \frac{m^2}{n} = \frac{[\delta^2]}{n};$$

Звідки можна записати:

$$m = \sqrt{\frac{[\delta^2]}{n-1}}. \quad (4.19)$$

Даний вираз носить назву формулі Бесселя. Отже, зважаючи на те, що в практиці геодезичних вимірювань найчастіше застосовують величину близьку до істинного значення – арифметичну середину, середня квадратична похибка одного вимірювання m підраховується за формулою (4.19), у якій δ – відхилення окремих результатів вимірювань від арифметичної середини і які називаються наймовірнішими похибками.

Контрольні запитання

1. Що називають вимірюванням?
2. Основне рівняння вимірювання.
3. Геодезичні вимірювання.
4. Одиниці фізичних величин, які застосовують для геодезичних вимірювань.
5. Прямі і непрямі вимірювання.

! Виконаний конспект та завдання завдання надсилали на ел.пошту:

maletz_natalia@ukr.net !

Або на вайбер, телеграм 066 28 78 117 /Обовязково вказували ПІБ учня і номер групи/