

14.04.2022

Група М-1

Вища математика

Урок 78-79

**Тема: Невизначений інтеграл. Таблиця інтегралів. Методи інтегрування.**

**Мета:**

- Познайомити студентів з невизначеним інтегралом.
- Сформувати вміння застосовувати таблицю інтегралів
- Розвивати аналітичне мислення, увагу, вміння працювати самостійно та в групі, критично ставитись до отриманих результатів.
- Виховувати пізнавальний інтерес до математики, згуртованість, повагу до товаришів та їхньої думки, наполегливість у досягненні поставленої мети.

### Матеріали до уроку:

#### 1. Опрацювати матеріал:

*Первісною* для даної функції  $y = f(x)$  на заданому проміжку  $(a;b)$  називається така функція  $F(x)$ , похідна якої для всіх  $x \in (a;b)$  дорівнює  $f(x)$ .

Тобто:  $F'(x) = f(x)$

Якщо  $F(x)$  первісна функції  $f(x)$ , то вираз  $F(x) + C$  називається *невизначеним інтегралом* від функції  $f(x)$  і позначається символом:  $\int f(x) dx$

$$\int f(x) = F(x) + C$$

#### Властивості невизначеного інтегралу

$$1) \left( \int f(x) dx \right)' = (F(x) + C)' = F'(x) = f(x).$$

$$2) \int dF(x) = F(x) + C.$$

$$3) \int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx, \quad k \neq 0.$$

$$4) \int (f_1(x) + f_2(x)) dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx.$$

$$5) \int f(kx + b) = \frac{1}{k} F(kx + b) + C$$

..

#### Таблиця невизначених інтегралів елементарних функцій

$$1. \int 0 \cdot dx = C ;$$

$$2. \int dx = x + C ;$$

$$3. \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1 ;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + C = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = 2\sqrt{x} + C$$

$$4. \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C;$$

$$5. \int e^x dx = e^x + C;$$

$$6. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, a \neq 1;$$

$$7. \int \sin x dx = -\cos x + C;$$

$$8. \int \cos x dx = \sin x + C;$$

$$9. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C;$$

$$10. \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C;$$

$$11. \int \operatorname{ctg} x dx = \ln|\sin x| + C;$$

$$12. \int \operatorname{tg} x dx = -\ln|\cos x| + C;$$

$$13. \int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C;$$

$$14. \int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C;$$

$$15. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + C;$$

$$16. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C = -\arccos \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arctg} x + C;$$

$$17. \int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C = -\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$18. \int \frac{xdx}{x^2+a} = \frac{1}{2} \ln|x^2+a| + C;$$

$$19. \int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C, a \neq 0;$$

$$20. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2+a} \right| + C.$$

Безпосереднє інтегрування ґрунтується на прямому використанні таблиці інтегралів. Тут можуть бути такі випадки:

1. даний інтеграл відшукується безпосередньо за відповідним табличним інтегралом;
2. даний інтеграл після застосування властивостей 3 і 4 зводять до одного або кількох табличних інтегралів;
3. даний інтеграл після елементарних тотожних перетворень над підінтегральною функцією і застосування властивостей 3 і 4 зводять до одного або кількох табличних інтегралів.

**Приклад 1.** Знайти невизначений інтеграл

$$1. \int 5 dx = 5 \int dx = 5x + C.$$

$$2. \int 6x^2 dx = 6 \int x^2 dx = 6 \cdot \frac{x^{2+1}}{2+1} + C = 6 \cdot \frac{x^3}{3} + C = 2x^3 + C.$$

$$3. \int (4x^3 - 6x^2 - 4x + 3) dx = \int 4x^3 dx - \int 6x^2 dx - \int 4x dx + \int 3 dx = 4 \int x^3 dx - 6 \int x^2 dx - 4 \int x dx + 3 \int dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} - 6 \cdot \frac{x^3}{3} - 4 \cdot \frac{x^2}{2} + 3x + C = x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 3x + C.$$

$$4. \int \frac{x^3 + 3x^2 + 4x}{x} dx = \int (x^2 + 3x + 4) dx = \int x^2 dx + 3 \int x dx + 4 \int dx = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2} x^2 + 4x + C$$

$$5. \int \frac{dx}{x^4} = \int x^{-4} dx = \frac{x^{-4+1}}{-4+1} + C = \frac{x^{-3}}{-3} + C = -\frac{1}{3x^3} + C.$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{4x+5}} = |k=4| = \frac{1}{4} \cdot 2 \sqrt{4x+5} + C = \frac{\sqrt{4x+5}}{2} + C$$

$$7. \int 3^{5x} dx = \frac{3^{5x}}{\ln 3} \cdot \frac{1}{5} + C = \frac{3^{5x}}{5 \ln 3} + C.$$

$$\int e^{-5x} dx = \frac{1}{-5} e^{-5x} + C = -\frac{e^{-5x}}{5} + C.$$

$$8. \int \cos(5x-3) dx = \frac{1}{5} \sin(5x-3) + C.$$

$$9. \int \frac{dx}{x^2-4} = \int \frac{dx}{x^2-2^2} = \frac{1}{2 \cdot 2} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C.$$

$$10. \int \frac{dx}{3x^2-9} = \frac{1}{3} \int \frac{dx}{x^2-3} = \frac{1}{3} \int \frac{dx}{x^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} \ln \left| \frac{x-\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}} \right| + C = \frac{1}{6\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x-\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}} \right| + C.$$

$$11. \int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{3^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{3} + C.$$

$$12. \int \frac{dx}{16+x^2} = \int \frac{dx}{4^2+x^2} = \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} + C.$$

**Домашнє завдання:**  
**Законспектувати матеріал**

**Зворотній зв'язок**

**E-mail** [vitasergiiivna1992@gmail.com](mailto:vitasergiiivna1992@gmail.com)

**!!!! у повідомленні з д/з не забуваєм вказувати прізвище, групу і дату уроку.**