05.10.2022
Група 11
Математика (геометрія)
Урок 7-8
Тема: «Взаємне розміщення прямих у просторі»
Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Звернемося до рисунка 29.1, на якому зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Жодна з прямих AB і AA_1 не має з прямою DC спільних точок. При цьому прямі AB і DC лежать в одній площині — у площині ABC, а прямі AA_1 і DC не лежать в одній площині, тобто не існує площини, яка проходила б через ці прямі.

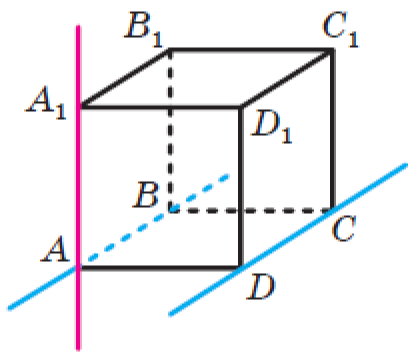


Рис. 29.1

Наведений приклад показує, що в стереометрії для двох прямих, які не мають спільних точок, можливі два випадки взаємного розміщення: прямі лежать в одній площині та прямі не лежать в одній площині. Для кожного із цих випадків уведемо відповідне означення.

Означення. **Дві прямі в просторі називають паралельними, якщо вони лежать в одній площині та не перетинаються.**

Якщо прямі a і b паралельні, то записують: $a \parallel b$.

Означення. **Дві прямі в просторі називають мимобіжними, якщо вони не лежать в одній площині.**

Наприклад, на рисунку 29.1 прямі AB і DC — паралельні, а прямі AA_1 і DC — мимобіжні.

Отже, існують три можливих випадки взаємного розміщення двох прямих у просторі (рис. 29.4):

1) прямі перетинаються;
2) прямі паралельні;
3) прямі мимобіжні.

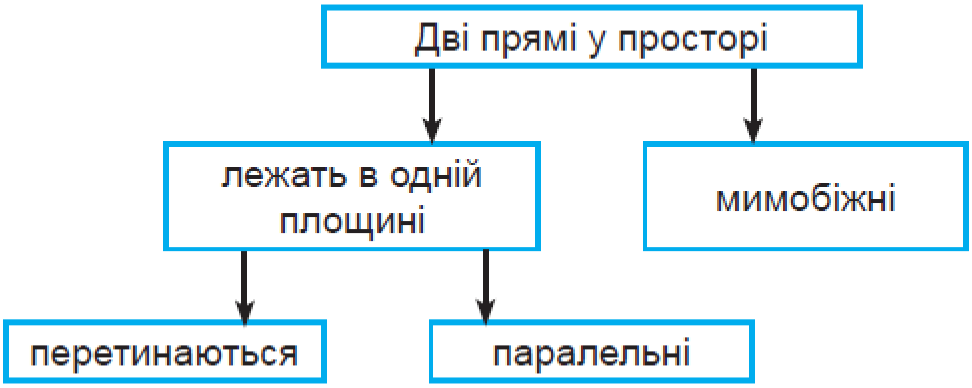
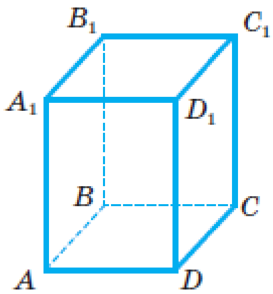


Рис. 29.4

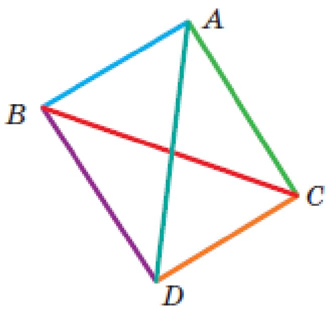
Теорема 29.1. ***Через дві паралельні прямі проходить площина, і до того ж тільки одна.***

Теорема 29.2 (ознака мимобіжних прямих). ***Якщо одна з двох прямих лежить у площині, а друга перетинає цю площину в точці, яка не належить першій прямій, то дані прямі є мимобіжними*** (рис. 29.6).

825. Дано прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (мал. 182). Назвіть його ребра, які: а) паралельні AA_1; б) перетинають AA_1; в) мимобіжні з AA_1.



Мал. 182



Мал. 183

Розв'язання

а) $AA_1 \parallel BB_1$, $AA_1 \parallel CC_1$, $AA_1 \parallel DD_1$;

б) $AA_1 \cap AD$, $AA_1 \cap AB$, $AA_1 \cap A_1D_1$, $AA_1 \cap A_1B_1$;

в) AA_1 і CD, AA_1 і BC, AA_1 і C_1D_1, AA_1 і B_1C_1.

830. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямокутний паралелепіпед (мал. 182). Установіть відповідність між прямими (1–3) та їх взаємним розміщенням (1–4).

1 DC і DD_1	А Паралельні
2 B_1D і BC	Б Перетинаються
3 AB_1 і DC_1	В Співпадають
	Г Мимобіжні

Розв'язання

1. $DC \cap DD_1$ Б)

2. B_1D і BC Г)

3. $AB_1 \parallel DC_1$ А)

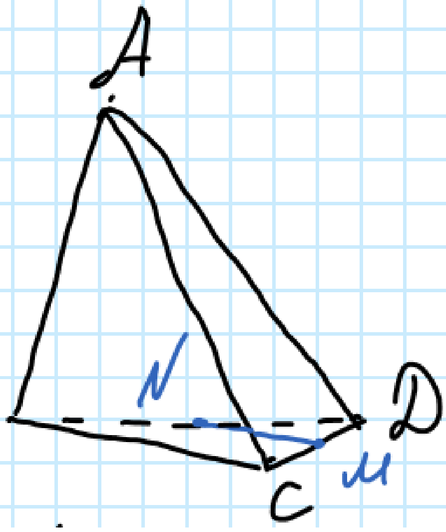
833. У тетраедрі $ABCD$ точки M і N — середини відрізків DC і DB. Яке взаємне розташування прямих: а) MN і AB; б) MN і BC; в) MN і BD?

Розв'язання

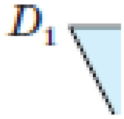
а) MN і AB – мимобіжні;

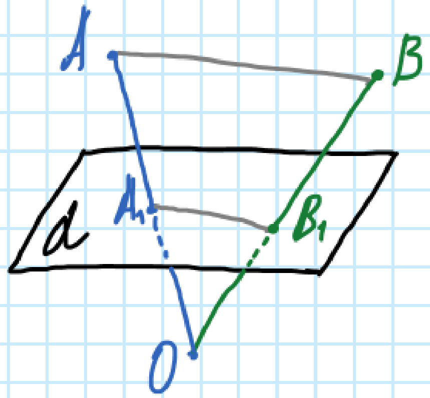
б) $MN \parallel BC$ – паралельні;

в) $MN \cap BD$ – перетинаються.



839. Відрізки OA і OB перетинають площину α в точках A_1 і B_1, які є серединами цих відрізків. Знайдіть відстань AB, якщо $A_1B_1 = 3,8$ см.





Дано: α - площина.

$AO \cap \alpha = A_1$, $BO \cap \alpha = B_1$.

A_1 - середина AO, B_1 - середина BO.

$A_1B_1 = 3{,}8$ см

Знайти: AB

Розв'язання

A_1B_1 — середня лінія $\triangle OAB$. $A_1B_1 \parallel AB$,

$A_1B_1 = \frac{AB}{2}$

$AB = 2A_1B_1 = 2 \cdot 3{,}8 = 7{,}6$ см

Відповідь: $AB = 7{,}6$ см.

29.5.° Чи є правильним твердження:

1) дві прямі, які не є паралельними, мають спільну точку;
2) дві прямі, які не є мимобіжними, лежать в одній площині;
3) дві прямі є мимобіжними, якщо вони не перетинаються і не паралельні?

Розв'язання

1. Ні, оскільки можуть бути мимобіжними
2. Так, за аксіомою.
3. Так.

29.7.° Трикутники ABC і ADB лежать у різних площинах (рис. 29.11). Яким є взаємне розміщення прямих AD і BC? Відповідь обґрунтуйте.

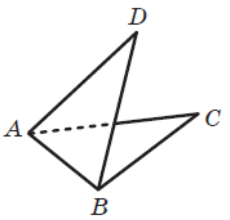


Рис. 29.11

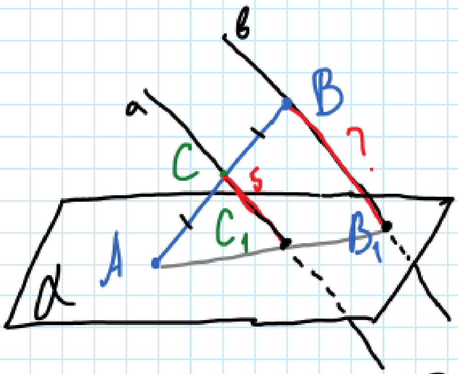
Розв'язання

AD і BC є мимобіжними, оскільки $AD \subset (ADB)$, $BC \subset (ABC)$, $AD \cap BC = \varnothing$ і $AD \nparallel BC$.

29.10.• Кінець A відрізка AB належить площині α. Через точку B і точку C, що належить відрізку AB, проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках B_1 і C_1 відповідно.

1) Знайдіть відрізок BB_1, якщо точка C — середина відрізка AB і $CC_1 = 5$ см.
2) Знайдіть відрізок CC_1, якщо $AC : BC = 3 : 4$ і $BB_1 = 28$ см.

а)

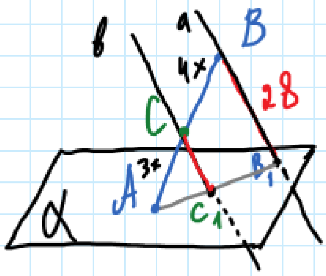


Дано: α - площина.
$A \in \alpha$, $B \notin \alpha$.
$AC = BC$, $a \cap \alpha = C_1$,
$в \cap \alpha = B_1$, $CC_1 = 5$ см.
Знайти: BB_1

Розв'язання

Проведемо AB_1. Розглянемо $\triangle ABB_1$. У ньому CC_1 - середня лінія. За значенням середньої лінії $CC_1 = \frac{BB_1}{2}$, тоді
$BB_1 = 2CC_1 = 2 \cdot 5 = 10$ (см).
Відповідь: $BB_1 = 10$ см

б)



Дано: α - площина
$a \parallel в$, $B_1 \in a$, $C_1 \in в$, $A \in \alpha$,
$B \notin \alpha$, $в \cap \alpha = C_1$, $a \cap \alpha = B_1$,
$BB_1 = 28$ см.
Знайти: CC_1

Розв'язання

За теоремою Фалеса: $\frac{AC}{BC} = \frac{CC_1}{BB_1}$.

Звідси $CC_1 = \frac{AC \cdot BB_1}{BC} = \frac{3\cancel{x} \cdot \cancel{28}^{7}}{{}_{1}\cancel{4}\cancel{x}} = 3 \cdot 7 = 21$ см
Відповідь: 21 см

Домашнє завдання: пройти тест за посиланням https://forms.gle/gu6Gv891LPRD6noo6.

Зворотній зв'язок:
E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com