12.10.2022
Група 32
Математика (алгебра)
Урок 19-20
Тема: Розв'язування логарифмічних рівнянь та нерівностей.
Мета: Систематизувати та узагальнити відомості, уміння і навички про рівняння і нерівності, методи та способи їх розв'язування. Виховувати увагу, самостійність, самокритичність.

Матеріали до уроку:
Логарифмічні рівняння

$\log_a x = b$

$a > 0;\ a \neq 1;\ x > 0$

$x = a^b$

$\log_a x = \log_a K$

$a > 0;\ a \neq 1;\ x > 0;\ K > 0$

$x = K$

$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

Які саме властивості:

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

$\log_a x^n = n \log_a x$

$\log_a a = 1$

$\log_a 1 = 0$

Логарифмічні нерівності

$\log_a f(x) \rangle \log_a g(x)$

$a > 1$

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) > gx \end{cases}$$

$0 < a < 1$

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) > gx \end{cases}$$

Вправи:

1. $\lg(2x^2 + 3x) = \lg(6 + 2)$

$2x^2 + 3x = 6x + 2$

$2x^2 + 3x - 6x - 2 = 0$

$2x^2 - 3x - 2 = 0$

$Д = 9 + 16 = 25\ \ \sqrt{Д} = 5$

$x_1 = 2;\ x_2 = -\frac{1}{2}$

Перевірка:

$x_2 = 2\ \lg(2 * 2^2 + 3 * 2) = \lg 14;\ \lg(6 * 2 + 2) = \lg 14$

$x_1 = -\frac{1}{2};\ \lg\left(2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = \lg\left(2 * \frac{1}{4} - \frac{3}{2}\right) = \lg\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right) = \lg(-1)$ не має змісту

Відповідь: $x = 2$

2. $\log_5 (7x + 4) – \log_5 (2x –1) = 1$

ОДЗ: $7x + 4 > 0$; $7x > 4$, $x\rangle -\frac{4}{7}$

$x\rangle \frac{1}{2}$

$2x - 1 > 0$; $2x > 1$, $x\rangle \frac{1}{2}$

$\log_5 (7x + 4) – \log_5 (2x –1) = \log_5$

$\log_5 \frac{7x+4}{2x-1} = \log_5 \quad \frac{7x+4}{2x-1} = 5$

$7x + 4 = 5 (2x – 1)$; $7x + 4 = 10x – 5$; $3x = 9$, $x = 3$

Відповідь: 3

3. Знайти області визначення функцій:

1) $y = \log_2 (5 – x)$

Вираз, що стоїть під знаком логарифма має бути додатним, розв'яжемо нерівність:

$5 – x > 0$; $x < 5$. Д(у) = $(– \infty; 5)$

2) $y = \log_3 (x^2 + 1)$

$x^2 + 1 > 0 \quad x^2 > – 1$ нерівність справедлива для будь – яких x $(– \infty; \infty)$

3) $y = \log_{\frac{1}{2}} (5x - x^2 - 6)$

$5x – x^2 – 6 > 0$

$x^2 – 5x + 6 < 0$

$(x – 2) (x – 3) < 0$

$2 < x < 3 \quad x$ Є $(2; 3)$

4. Розв'язати нерівності:

$\log_{0,5}(2x-4)\langle\log_{0,5}(x+1)$

$2x – 4 > 0 \; x > 2$

$x + 1 > 0 \; x > -1 \; x > 5$

$2x - 4> x +1 \; x > 5$

Відповідь: $(5; \infty)$

5. $\log_3 x + \log_x 9 >2$

$\log_x 9 = \log_x 3^2 = 2\log_x 3 = \frac{2}{\log_3 x}$

ОДЗ: $x > 0$; $x \neq 1$

$\log_3 x + \frac{2}{\log_3 x}\rangle 2$

$\frac{\log_3^2 x - 2\log_3 x + 2}{\log_3 x}\rangle 0$

Заміна: $\log_3 x = t$

$$\frac{t^2 - 2t + 2}{t} \rangle 0$$

$t^2 - 2t + 2 > 0$

Д = 4 – 8 < 0, але перший коефіцієнт тричлена $t^2 - 2t + 2 > 0$ (1 > 0)

Тоді розв'язком нерівності буде $t > 0$; $\log_3 x > 0$, так як логарифмічна функція з основою 3 > 1 зростає, то $\log_3 x > \log_3 1$; $x > 1$. Ці значення задовольняють ОДЗ.

Відповідь: $(1; +\infty)$.

Домашнє завдання:

повторити показникові та логарифмчні функції, підготуватись до контрольної роботи

Зворотній зв'язок:

E-mail: **vitasergiivna1992@mail.com**