13.10.2022

Група Б-1

Вища математика

Урок № 53-54

Тема: Комплексні числа

Мета:

Навчальна - ознайомити з поняттям комплексного числа;

Розвивальна – розвинути математичні здібності, увагу, уяву;

Виховна – виховати культуру навчального процесу та математичних записів.

Матеріали до уроку:

У багатьох розділах математики та її застосуваннях неможливо обмежетись розглядом лише дійсних чисел. Вже досить давно під час розв'язування різних задач виникла потреба добувати квадратний корень з від'їмних чисел. Але чисел, які піднесені до квадрату дають від'ємні числа, тоді не знали і тому вважали, що квадратні корені з від'ємних чисел не існують, тобто задачі, які до них приводять, не мають розв'язків. Зокрема, так було під час розв'язування квадратних рівнянь з від'ємним дискримінантом, наприклад:

$$x^2 - 4x + 10 = 0 \qquad x_{1,2}=2\pm\sqrt{-6}.$$

тому природно постало питання про розширення множини дійсних чисел, прєданням до неї нових так, щоб у розширеній множині крім чотирьох арифметичних дій – додавання, віднімання, множення і ділення (за вийнятком ділення на нуль), можна було виконувати дію добування кореня. Це питання було успішно розв'язано лише у XIX сторіччі. Відповідно до прийнятих в математиці принципів розширення поняття числа при розширенні множини дійсних чисел мають задовільнятися такі вимоги:

1) озачення нових чисел мусить спиратися на поняття дійсного числа, і нова множина має містити всі дійсні числа;
2) для нових чисел повині виконуватись п'ять законів прямих арифметичних чисел (пригадайте ці закони);
3) у новій числовій множині мусить мати розв'язок рівняння $x^2=-1$.

Оскільки існує вимога, щоб у новій числовій множині рівняння $x^2=-1$ мало розв'язок, необхідно внести деяке нове число, вважаючи його розв'язком цього рівняння. Число, квадрат якого дорівнює –1, позначають буквою i і називають уявною одиницею (i – перша буква латинського слова imaginarius – уявний). Підкреслимо, що рівність $i^2=-1$ приймається за означенням і не доводиться. До нової множини мають належати числа виду bi (добуток дійсного числа на уявну одиницю) і числа виду a + bi (сумма дійсного числа a та добуток дійсного числа b на уявну одиницю).

Отже, нова множина множина чисел повина містити всі числа виду a + bi. Числа виду a + bi, де a і b – довільні дійсні числа, a i – уявна одиниця називають комплексними. Слово “комплексний” означає складений. Число a називають дійсною частиною числа a + bi , а вираз bi – уявною.

Число називають коефіцієнтом при уявній частині. Наприклад, у числі 6 + 7i дійсна частина 6, уявна 7. Коефіцієнт при уявній частині дорівнює 7. Дійсною частиною числа 0 + 3i є число нуль, а уявною – вираз 3i; коефіцієнт при уявній частині дорівнює 3. Числа виду a + 0i ототожнюються з дійсними числами, а саме вважають, що a + 0i=a. Таким чином виконується обов’язкова для будь – якого розширення поняття числа вимога, щоб попередній числовий “запас” входив до нової числової множини як її частина. Множина дійсних чисел є частиною (підмножиною) множини комплексних чисел. Відповідно до вимог, що ставляться при будь – якому розширення поняття числа, при побудові множини комплексних чисел треба ввести за означенням умову рівності цих чисел і правила виконання прямих дій – додавання і множення.

Два комплексних числа a + bi і c + di рівні між собою тоді і тільки тоді, коли a = c і b=d, тобто коли рівні їх дійсні частини і коефіцієнти при уявних частинах.

Поняття “більше” і “менше” для комплексних чисел не має смислу. Ці числа за величиною не порівнюють. Тому не можна, наприклад, сказати, яке з двох комплексних чисел більше 10i чи 3i, 2+5i чи 5+2i.

Важливим є поняття про спяжені комплексні числа. Числа a + bi і a - bi, дійсні частини яких рівні, а коефіцієнти при уявих частинах рівні за модулем, але протилежні за знаком, називають спряженими. Можна сказати простіше: числа a + bi і a - bi, які відрізняються лише знаком уявної частини, називають спряженими.

Наприклад, спряженими є комплексні числа 4+3i та 4-3i; 2-i та 2+i; -8+7i та –8-7i;-5-i та –5+i. Якщо дане число 6i, то спряженим до нього є –6i. До числа 11 спряженим буде 11, бо 11+0i=11-0i.

Домашнє завдання:
зробити конспект вище викладеного матеріалу

Зворотній зв'язок:
E-mail vitasergiivna1992@gmail.com