

13.10.2022

Група Б-1

Вища математика

Урок №55-56

Тема: Геометрична інтерпретація комплексного числа. Дії над комплексними числами

Мета:

Навчальна – продовжити знайомство з поняттям комплексного числа; навчитись відрізняти алгебраїчну і геометричну форми числа; навчитись застосовувати правила арифметичних дій над комплексними числами.

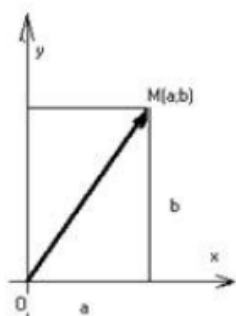
Розвивальна – розвинути математичні здібності, увагу, уяву;

Виховна – виховати культуру навчального процесу та математичних записів.

Матеріали до уроку:

Вивчаючи комплексні числа, можна використовувати геометричну термінологію і геометричні міркування, якщо встановити взаємно однозначну відповідність між множиною комплексних чисел і множиною точок координатної площини. Цю відповідність можна встановити так. Кожному комплексному числу $a + bi$ поставимо у відповідність точку $M(a;b)$ координатної площини, тобто точку, абсциса якої дорівнює дійсній частині комплексного числа, а ордината – коефіцієнту уявної частини. Кожній точці $M(a;b)$ координатної площини поставимо у відповідність комплексне число (малюнок 1).

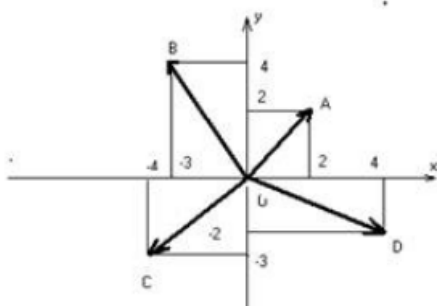
Малюнок 1



Очевидно, що така відповідність є взаємно однозначною. Вона дає можливість інтерпретувати комплексні числа як точки деякої площини, на якій вибрано систему координат. Координатну площину називають при цьому комплексною, вісь абсцис – дійсною віссю, бо на ній розміщені точки, що відповідають комплексним числам $a + 0i$, тобто відповідають дійсним числам. Вісь ординат називають уявною віссю – на ній лежать точки, які відповідають уявним комплексним числам $0 + bi$.

Зручною є також інтерпретація комплексного числа як вектора OM (дивіться малюнок 2)

Малюнок 2

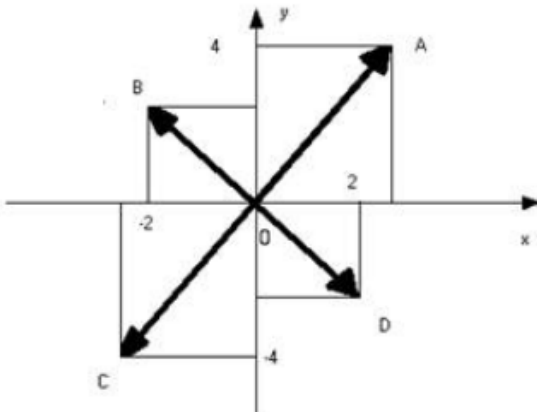


Поставимо у відповідність кожному комплексному числу вектор з початком у точці $O(0;0)$ і кінцем у точці $M(a;b)$. Ви знаєте, що такий вектор називають радіус – вектором, а його проекції на осі є координатами вектора. Отже, можна сказати, що геометричним зображенням комплексного числа $z = a + bi$ є радіус – вектор з координатами a і b . Відповідність між множиною комплексних чисел, з одного боку, і множиною точок або векторів площини, з іншого, дає змогу комплексні числа називати векторами або точками і говорити, наприклад, про вектор $a + bi$ або про точку $a + bi$.

На малюнку 2 вектори OA, OB, OC, OD є відповідними геометричними зображеннями комплексних чисел $z_1 = 2+2i; z_2 = -3+4i; z_3 = -4-3i; z_4 = 4-2i$.

Протилежним комплексним числам відповідають протилежні вектори.

Малюнок 3



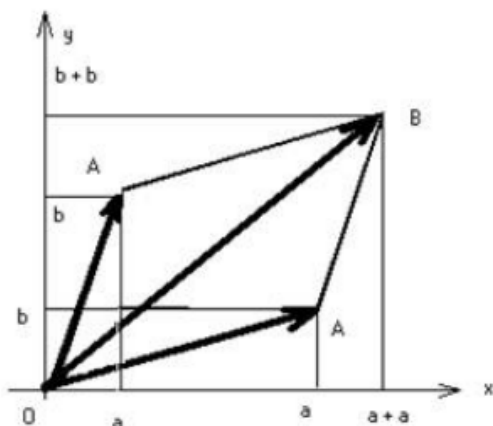
На малюнку 3 зображено дві пари протилежних векторів OA і OC, OB і OD , що відповідають парам протилежних чисел $3+4i$ та $-3-4i; -2+3i$ та $2-3i$.

Геометричне зображення суми і різниці двох комплексних чисел.

З геометричної інтерпретації комплексних чисел у вигляді векторів випливає можливість геометричного зображення додавання комплексних чисел. Воно знаходиться до знаходження сум двох векторів за відомим правилом паралелограма.

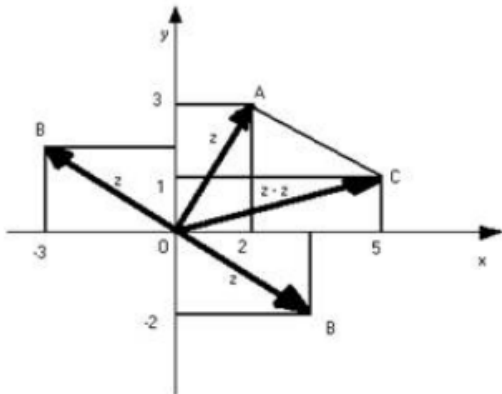
Нехай дано два комплексних числа $z_1 = a_1 + b_1i$ та $z_2 = a_2 + b_2i$, яким відповідають радіус – вектори OA_1 і OA_2 (малюнок 4). Побудуємо на цих векторах як на сторонах паралелограм. Тоді зображенням суми комплексних чисел z_1 і z_2 буде вектор OB (діагональ паралелограма) справді, при додаванні векторів їх відповідні координати додають. Тому, якщо вектор OA_1 має координати $(a_1; b_1)$, а вектор OA_2 $(a_2; b_2)$, то їх сума – вектор OB – матиме координати $(a_1+a_2; b_1+b_2)$. Вектор OB відповідає комплексному числу $(a_1+a_2) + (b_1+b_2)i$, яке є сумою чисел z_1 і z_2 .

Малюнок 4



Нехай, наприклад, треба знайти геометричне зображення різниці $z_1 - z_2$ комплексних чисел $z_1 = 2+3i$ та $z_2 = -3+2i$. Будуємо вектор OA , що є зображенням числа z_1 , і додаємо до нього вектор OB , який зображує число $z_2 = -3+2i$, протилежне від'ємнику (малюнок 5). Шукану різницю зображують вектором OC , що є сумою векторів OA і OB . Йому відповідає комплексне число $5+i$.

Малюнок 5



Домашнє завдання:

Побудувати в системі координат наступні комплексні числа та знайти попарно суму за правилом паралелограма:

- 1) $(3+2i)$, $(-1-5i)$
- 2) $(4-5i)$, $(2-i)$
- 3) $(2+3i)$, $(6-3i)$

Зворотній зв'язок:

E-mail: vitasergiiivna1992@gmail.com