

26.09.2022

Група 12

Математика (геометрія)

Урок 7-8

Тема: «Взаємне розміщення прямих у просторі»

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Звернемося до рисунка 29.1, на якому зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Жодна з прямих AB і AA_1 не має з прямою DC спільних точок. При цьому прямі AB і DC лежать в одній площині — у площині ABC , а прямі AA_1 і DC не лежать в одній площині, тобто не існує площини, яка проходила б через ці прямі.

Наведений приклад показує, що в стереометрії для двох прямих, які не мають спільних точок, можливі два випадки взаємного розміщення: прямі лежать в одній площині та прямі не лежать в одній площині. Для кожного із цих випадків уведемо відповідне означення.

Означення. Дві прямі в просторі називають **паралельними**, якщо вони лежать в одній площині та не перетинаються.

Якщо прямі a і b паралельні, то записують: $a \parallel b$.

Означення. Дві прямі в просторі називають **мимобіжними**, якщо вони не лежать в одній площині.

Наприклад, на рисунку 29.1 прямі AB і DC — паралельні, а прямі AA_1 і DC — мимобіжні.

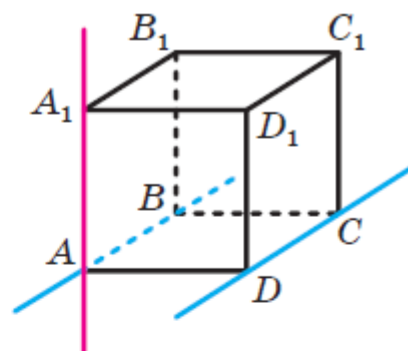


Рис. 29.1

Отже, існують три можливих випадки взаємного розміщення двох прямих у просторі (рис. 29.4):

- 1) прямі перетинаються;
- 2) прямі паралельні;
- 3) прямі мимобіжні.

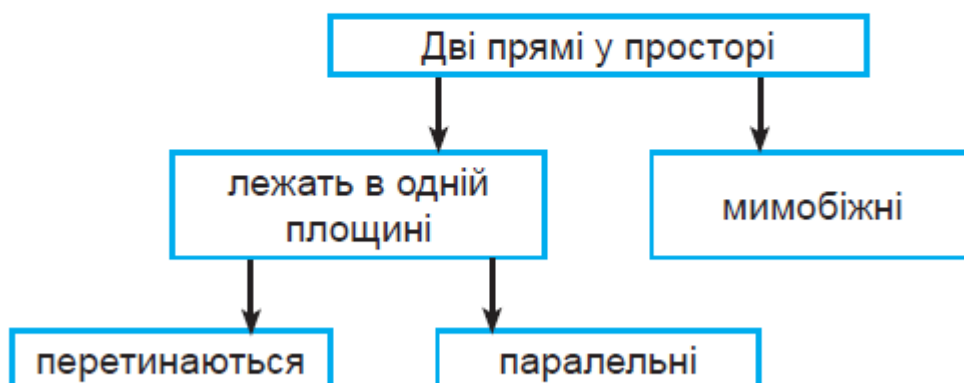
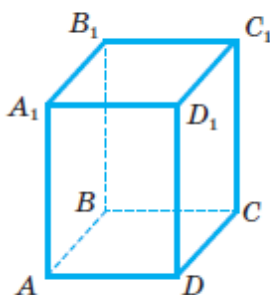


Рис. 29.4

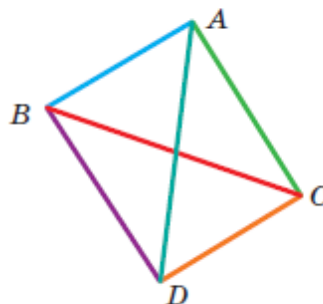
Теорема 29.1. *Через дві паралельні прямі проходить площина, і до того ж тільки одна.*

Теорема 29.2 (ознака мимобіжних прямих). *Якщо одна з двох прямих лежить у площині, а друга перетинає цю площину в точці, яка не належить першій прямій, то дані прямі є мимобіжними (рис. 29.6).*

825. Дано прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (мал. 182). Назвіть його ребра, які: а) паралельні AA_1 ; б) перетинають AA_1 ; в) мимобіжні з AA_1 .



Мал. 182



Мал. 183

Розв'язання

- а) $AA_1 \parallel BB_1, AA_1 \parallel CC_1, AA_1 \parallel DD_1$;
- б) $AA_1 \cap AD, AA_1 \cap AB, AA_1 \cap A_1 D_1, AA_1 \cap A_1 B_1$;
- в) $AA_1 \cap CD, AA_1 \cap BC, AA_1 \cap C_1 D_1, AA_1 \cap B_1 C_1$.

830. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямокутний паралелепіпед (мал. 182). Установіть відповідність між прямими (1–3) та їх взаємним розміщенням (1–4).

- | | |
|-------------------|-----------------|
| 1 DC і DD_1 | А Паралельні |
| 2 $B_1 D$ і BC | Б Перетинаються |
| 3 AB_1 і DC_1 | В Співпадають |
| | Г Мимобіжні |

Розв'язання

1. $DC \cap DD_1$ Б)

2. $B_1 D$ і BC Г)

3. $AB_1 \parallel DC_1$ А)

833. У тетраедрі $ABCD$ точки M і N — середини відрізків DC і DB . Яке взаємне розташування прямих: а) MN і AB ; б) MN і BC ; в) MN і BD ?

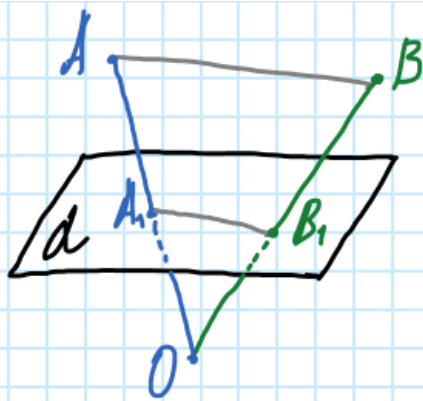
Розв'язання

а) MN і AB — мимобіжні;

б) $MN \parallel BC$ — паралельні;

в) $MN \cap BD$ — перетинаються.

839. Відрізки OA і OB перетинають площину α в точках A_1 і B_1 , які є серединами цих відрізків. Знайдіть відстань AB , якщо $A_1 B_1 = 3,8$ см.



Дано: d -пряма.

$AO \cap d = A_1$, $BO \cap d = B_1$.

A_1 - середина AO , B_1 - середина BO .

$A_1B_1 = 3,8$ см

Знайми: AB

Розв'язуємо

A_1B_1 - середня лінія в $\triangle OAB$. $A_1B_1 \parallel AB$,

$$A_1B_1 = \frac{AB}{2}$$

$$AB = 2A_1B_1 = 2 \cdot 3,8 = 7,6 \text{ см}$$

Відповідь: $AB = 7,6$ см.

29.5.° Чи є правильним твердження:

- 1) дві прямі, які не є паралельними, мають спільну точку;
- 2) дві прямі, які не є мимобіжними, лежать в одній площині;
- 3) дві прямі є мимобіжними, якщо вони не перетинаються і не паралельні?

Розв'язуємо

1. Ні, оскільки можуть бути мимобіжними
2. Так, за аксіомою.
3. Так.

29.7.° Трикутники ABC і ADB лежать у різних площинах (рис. 29.11). Яким є взаємне розміщення прямих AD і BC ? Відповідь обґрунтуйте.

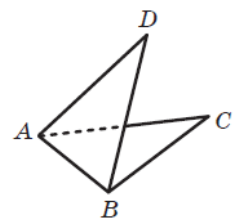


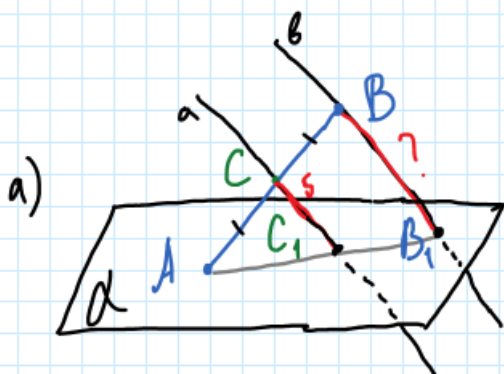
Рис. 29.11

Розв'язуємо

AD і BC є мимобіжними, оскільки $AD \subset (ADB)$, $BC \subset (ABC)$, $AD \cap BC = \emptyset$ і $AD \not\parallel BC$.

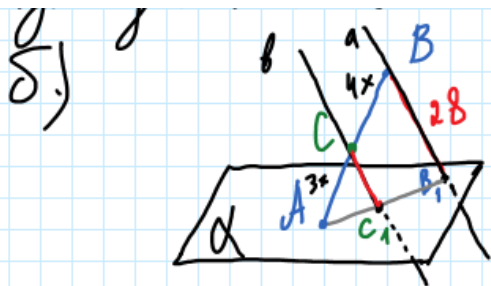
29.10.* Кінець A відрізка AB належить площині α . Через точку B і точку C , що належить відрізку AB , проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках B_1 і C_1 відповідно.

- 1) Знайдіть відрізок BB_1 , якщо точка C — середина відрізка AB і $CC_1 = 5$ см.
- 2) Знайдіть відрізок CC_1 , якщо $AC : BC = 3 : 4$ і $BB_1 = 28$ см.



Дано: α - площина.
 $A \in \alpha, B \notin \alpha$.
 $AC = BC, a \cap \alpha = C_1,$
 $b \cap \alpha = B_1, CC_1 = 5$ см.
 Знайти: BB_1

Розв'язання
 Проведемо AB_1 . Розглянемо $\triangle ABB_1$. Чому CC_1 - середня лінія. За означенням середньої лінії $CC_1 = \frac{BB_1}{2}$, тоді
 $BB_1 = 2CC_1 = 2 \cdot 5 = 10$ (см).
 Відповідь: $BB_1 = 10$ см



Дано: α - площина
 $a \parallel b, B_1 \in a, C_1 \in b, A \in \alpha,$
 $B \notin \alpha, b \cap \alpha = C_1, a \cap \alpha = B_1,$
 $BB_1 = 28$ см.
 Знайти: CC_1

Розв'язання
 За теоремою Талеса:
 $\frac{AC}{BC} = \frac{CC_1}{BB_1}$
 Звідси $CC_1 = \frac{AC \cdot BB_1}{BC} = \frac{3x \cdot 28}{4x} = 3 \cdot 7 = 21$ см
 Відповідь: 21 см

Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com