

28.09.2022

Група 14

Математика (геометрія)

Урок 7-8

Тема: «Взаємне розміщення прямих у просторі»

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

#### Матеріали до уроку:

Звернемося до рисунка 29.1, на якому зображено куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Жодна з прямих  $AB$  і  $AA_1$  не має з прямою  $DC$  спільних точок. При цьому прямі  $AB$  і  $DC$  лежать в одній площині — у площині  $ABC$ , а прямі  $AA_1$  і  $DC$  не лежать в одній площині, тобто не існує площини, яка проходила б через ці прямі.

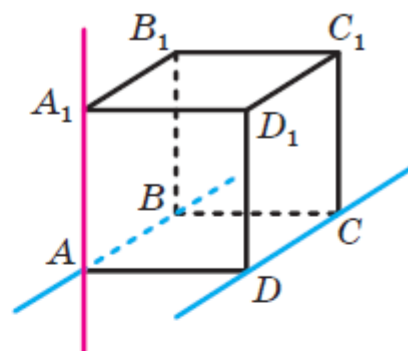


Рис. 29.1

Наведений приклад показує, що в стереометрії для двох прямих, які не мають спільних точок, можливі два випадки взаємного розміщення: прямі лежать в одній площині та прямі не лежать в одній площині. Для кожного із цих випадків уведемо відповідне означення.

**Означення.** Дві прямі в просторі називають **паралельними**, якщо вони лежать в одній площині та не перетинаються.

Якщо прямі  $a$  і  $b$  паралельні, то записують:  $a \parallel b$ .

**Означення.** Дві прямі в просторі називають **мимобіжними**, якщо вони не лежать в одній площині.

Наприклад, на рисунку 29.1 прямі  $AB$  і  $DC$  — паралельні, а прямі  $AA_1$  і  $DC$  — мимобіжні.

Отже, існують три можливих випадки взаємного розміщення двох прямих у просторі (рис. 29.4):

- 1) прямі перетинаються;
- 2) прямі паралельні;
- 3) прямі мимобіжні.

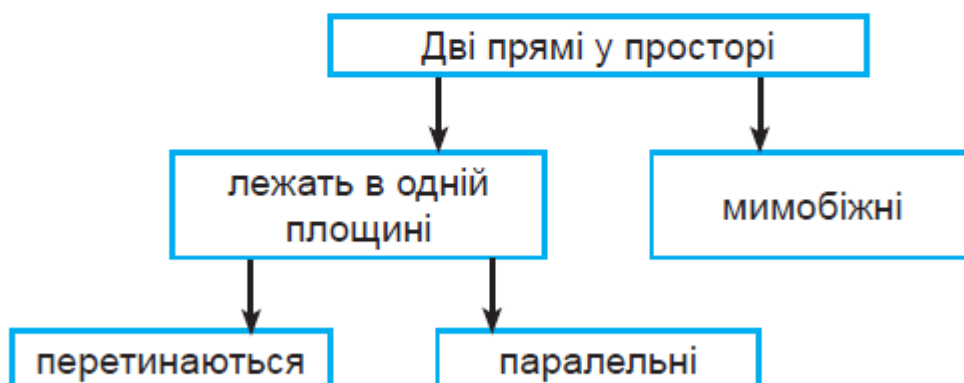
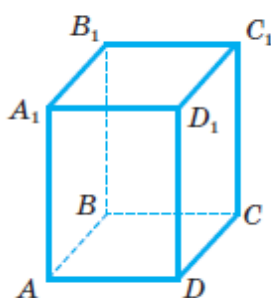


Рис. 29.4

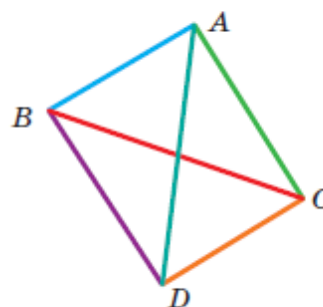
**Теорема 29.1.** *Через дві паралельні прямі проходить площина, і до того ж тільки одна.*

**Теорема 29.2 (ознака мимобіжних прямих).** *Якщо одна з двох прямих лежить у площині, а друга перетинає цю площину в точці, яка не належить першій прямій, то дані прямі є мимобіжними (рис. 29.6).*

825. Дано прямокутний паралелепіпед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  (мал. 182). Назвіть його ребра, які: а) паралельні  $AA_1$ ; б) перетинають  $AA_1$ ; в) мимобіжні з  $AA_1$ .



Мал. 182



Мал. 183

*Розв'язання*

- а)  $AA_1 \parallel BB_1, AA_1 \parallel CC_1, AA_1 \parallel DD_1$ ;
- б)  $AA_1 \cap AD, AA_1 \cap AB, AA_1 \cap A_1 D_1, AA_1 \cap A_1 B_1$ ;
- в)  $AA_1 \cap CD, AA_1 \cap BC, AA_1 \cap C_1 D_1, AA_1 \cap B_1 C_1$ .

830.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямокутний паралелепіпед (мал. 182). Установіть відповідність між прямими (1–3) та їх взаємним розміщенням (1–4).

- |                   |                 |
|-------------------|-----------------|
| 1 $DC$ і $DD_1$   | А Паралельні    |
| 2 $B_1 D$ і $BC$  | Б Перетинаються |
| 3 $AB_1$ і $DC_1$ | В Співпадають   |
|                   | Г Мимобіжні     |

Розв'язання

1.  $DC \cap DD_1$  Б)

2.  $B_1 D$  і  $BC$  Г)

3.  $AB_1 \parallel DC_1$  А)

833. У тетраедрі  $ABCD$  точки  $M$  і  $N$  — середини відрізків  $DC$  і  $DB$ . Яке взаємне розташування прямих: а)  $MN$  і  $AB$ ; б)  $MN$  і  $BC$ ; в)  $MN$  і  $BD$ ?

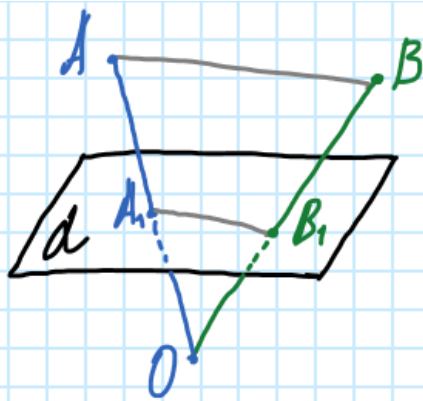
Розв'язання

а)  $MN$  і  $AB$  — мимобіжні;

б)  $MN \parallel BC$  — паралельні;

в)  $MN \cap BD$  — перетинаються.

839. Відрізки  $OA$  і  $OB$  перетинають площину  $\alpha$  в точках  $A_1$  і  $B_1$ , які є серединами цих відрізків. Знайдіть відстань  $AB$ , якщо  $A_1 B_1 = 3,8$  см.



Дано:  $d$ -пряма.

$AO \cap d = A_1$ ,  $BO \cap d = B_1$ .

$A_1$  - середина  $AO$ ,  $B_1$  - середина  $BO$ .

$A_1B_1 = 3,8$  см

Знайми:  $AB$

Розв'язуємо

$A_1B_1$  - середня лінія в  $\triangle OAB$ .  $A_1B_1 \parallel AB$ ,

$$A_1B_1 = \frac{AB}{2}$$

$$AB = 2A_1B_1 = 2 \cdot 3,8 = 7,6 \text{ см}$$

Відповідь:  $AB = 7,6$  см.

29.5.° Чи є правильним твердження:

- 1) дві прямі, які не є паралельними, мають спільну точку;
- 2) дві прямі, які не є мимобіжними, лежать в одній площині;
- 3) дві прямі є мимобіжними, якщо вони не перетинаються і не паралельні?

Розв'язуємо

1. Ні, оскільки можуть бути мимобіжними
2. Так, за аксіомою.
3. Так.

29.7.° Трикутники  $ABC$  і  $ADB$  лежать у різних площинах (рис. 29.11). Яким є взаємне розміщення прямих  $AD$  і  $BC$ ? Відповідь обґрунтуйте.

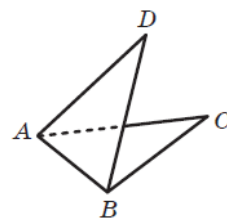


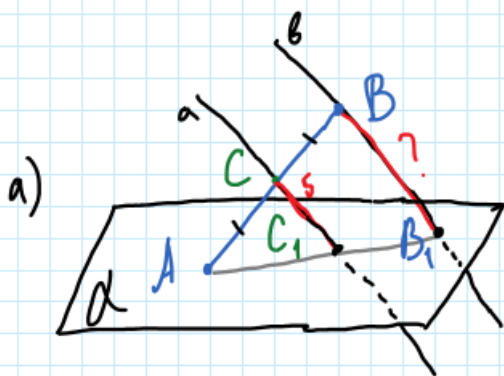
Рис. 29.11

Розв'язуємо

$AD$  і  $BC$  є мимобіжними, оскільки  $AD \subset (ADB)$ ,  $BC \subset (ABC)$ ,  $AD \cap BC = \emptyset$  і  $AD \not\parallel BC$ .

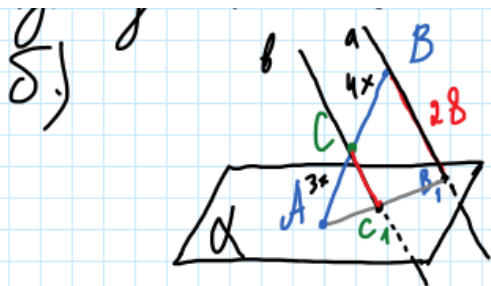
29.10.\* Кінець  $A$  відрізка  $AB$  належить площині  $\alpha$ . Через точку  $B$  і точку  $C$ , що належить відрізку  $AB$ , проведено паралельні прямі, які перетинають площину  $\alpha$  в точках  $B_1$  і  $C_1$  відповідно.

- 1) Знайдіть відрізок  $BB_1$ , якщо точка  $C$  — середина відрізка  $AB$  і  $CC_1 = 5$  см.
- 2) Знайдіть відрізок  $CC_1$ , якщо  $AC : BC = 3 : 4$  і  $BB_1 = 28$  см.



Дано:  $\alpha$  - площина.  
 $A \in \alpha, B \notin \alpha$ .  
 $AC = BC, a \cap \alpha = C_1,$   
 $b \cap \alpha = B_1, CC_1 = 5$  см.  
 Знайти:  $BB_1$

Розв'язання  
 Проведемо  $AB_1$ . Розглянемо  $\triangle ABB_1$ . Число  $CC_1$  — середня лінія. За означенням середньої лінії  $CC_1 = \frac{BB_1}{2}$ , тоді  
 $BB_1 = 2CC_1 = 2 \cdot 5 = 10$  (см).  
 Відповідь:  $BB_1 = 10$  см



Дано:  $\alpha$  - площина  
 $a \parallel b, B_1 \in a, C_1 \in b, A \in \alpha,$   
 $B \notin \alpha, b \cap \alpha = C_1, a \cap \alpha = B_1,$   
 $BB_1 = 28$  см.  
 Знайти:  $CC_1$

Розв'язання  
 За теоремою Талеса:  
 $\frac{AC}{BC} = \frac{CC_1}{BB_1}$   
 Звідси  $CC_1 = \frac{AC \cdot BB_1}{BC} = \frac{3x \cdot 28}{4x} = 3 \cdot 7 = 21$  см  
 Відповідь: 21 см

**Зворотній зв'язок:**

**E-mail** [t.anastasia.igorivna@gmail.com](mailto:t.anastasia.igorivna@gmail.com)