

28.10.2022

Група Б-1

Вища математика

Урок 81-82

Тема. Геометричне застосування визначених інтегралів. Обчислення визначених інтегралів

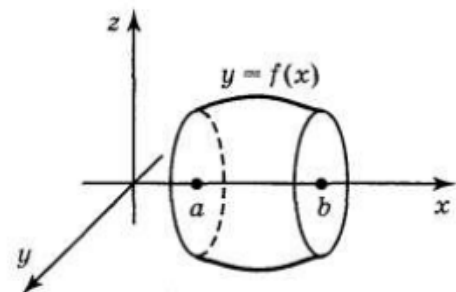
Мета:

- Познайомити студентів з визначеним інтегралом.
- Сформулювати вміння застосовувати визначений інтеграл для обчислення площі фігури
- розвивати аналітичне мислення, увагу, вміння працювати самостійно та в групі, критично ставитись до отриманих результатів.
- Виховувати пізнавальний інтерес до математики, згуртованість, повагу до товаришів та їхньої думки, наполегливість у досягненні поставленої мети.

### Матеріали до уроку:

#### Об'єм тіла обертання:

Нехай криволінійна трапеція обмежена відрізком  $[a; b]$  осі абсцис, графіком функції  $y = f(x)$ , невід'ємної і неперервної на відрізку  $[a; b]$ , прямими  $x = a$ ,  $x = b$  обертається навколо осі  $Ox$ . При обертанні цієї трапеції навколо осі абсцис утворюється тіло, об'єм якого можна обчислити за формулою



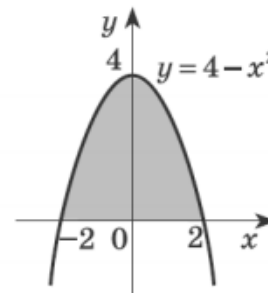
$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

**Приклад.** Обчисліть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис фігури, обмеженої лініями  $y = 4 - x^2$  та  $y = 0$ .

**Розв'язання.** Зобразимо задану фігуру і переконаємося, що вона є криволінійною трапецією.

У цьому випадку об'єм тіла обертання можна обчислити за формулою

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$



Щоб визначити межі інтегрування, знайдемо абсциси точок перетину заданих ліній.

$$4 - x^2 = 0, \quad x_1 = -2, \quad x_2 = 2.$$

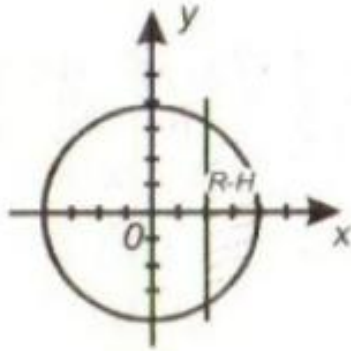
Тоді

$$V = \pi \int_{-2}^2 (4 - x^2)^2 dx = \pi \int_{-2}^2 (16 - 8x^2 + x^4) dx = \pi \left( 16x - 8 \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-2}^2 = 34 \frac{2}{15} \pi.$$

Відповідь.  $34 \frac{2}{15} \pi$ .

9) Об'єм кульового сегмента:

$$x^2 + y^2 = R^2; \quad y = \sqrt{R^2 - x^2};$$



$$V_{\text{сегм}} = \pi \int_{R-H}^R (R^2 - x^2) dx =$$

$$= \pi \left( R^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{R-H}^R =$$

$$= \pi \left( R^3 - \frac{R^3}{3} - R^2 (R - H) + \frac{(R - H)^3}{3} \right) =$$

$$= \pi \left( R^3 - \frac{R^3}{3} - R^3 + R^2 H + \frac{R^3 - 3R^2 H + 3RH^2 - H^3}{3} \right)$$

$$= \pi \left( -\frac{R^3}{3} + R^2 H + \frac{R^3}{3} - R^2 H + RH^2 - \frac{H^3}{3} \right) =$$

$$= \pi H^2 \left( R - \frac{H}{3} \right);$$

$R$  – це радіус кулі,  $H$  – висота сегмента.

**Домашнє завдання:**

**№ 2.\*** Обчисліть об'єм тіла, утвореного при обертанні навколо осі абсцис криволінійної трапеції, обмеженої лініями:  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$

**Зворотній зв'язок**

**E-mail** [vitasergiivna1992@gmail.com](mailto:vitasergiivna1992@gmail.com)