

28.10.2022

Група Б-1

Математика {.....}

Урок 83-84

Тема. Визначений інтеграл та його застосування

Мета: узагальнити та систематизувати знання учнів з теми «Визначений інтеграл та його застосування»; розвивати логічне мислення учнів; показати значення математики в житті та розвитку різних наук; виховувати бачення цілісності світу.

Матеріали до уроку:

Початок інтегральному численню поклали задачі на обчислення площ плоских фігур, поверхонь та об'ємів тіл різної форми, а також задачі на знаходження сумарного шляху під час нерівномірного руху.

Геометричні задачі розв'язували ще математики Стародавньої Греції. За допомогою розкладання фігур на нескінченно тонкі шари на основі так званого методу вичерпування було виведено формули для об'ємів піраміди, конуса, кулі.

1. Математики XVII—XVIII ст. ще не користувалися поняттям границі. Вони говорили про «суму нескінченної кількості нескінченно малих доданків». Саме на такій основі німецький астроном, математик і механік Й. Кеплер (1571— 1630) у творах «Нова астрономія» (1609) та «Стереометрія винних бочок» (1615) обчислив ряд площ (площу еліптичного сектора, яка входить у формулювання другого закону Кеплера) та об'ємів різних тіл обертання. Ці дослідження продовжив італійський математик Б. Кавальєрі (1598-1647).

Інтегральне та диференціальне числення тривалий час розвивалися незалежно одне від одного. Англійський математик і філолог

2. І Барроу (1630-1677) відкрив зв'язок між задачами знаходження площі і проведення дотичної до кривої. В загальному вигляді зв'язок між операціями інтегрування та диференціювання було встановлено англійським, фізиком і математиком І. Ньютоном (1643—1727) та німецьким математиком і фізиком Г. Лейбніцом (1646—1716). Сучасне позначення інтеграла належить Лейбніцу, назва «інтеграл» — учневі Лейбніца, швейцарському математику Я. Бернуллі (1654-1705).

Значний внесок у вивчення поняття інтеграла зробили українські математики М. В. Остроградський (1801-1862), В. Я. Буняковський (1804-1889), Д. О. Граве (1863-1939), М. П. Кравчук (1892-1942) та інші.

Приклад.

Знайдімо площу фігури, обмеженої параболою
 $y = 4x - x^2$ та $y = x^2 - 4x + 6$.

○ Знайдімо абсциси точок A та B перетину заданих парабол (рис. 12.4).
 Для цього розв'яжемо рівняння

$$4x - x^2 = x^2 - 4x + 6;$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x_A = 1, x_B = 3.$$

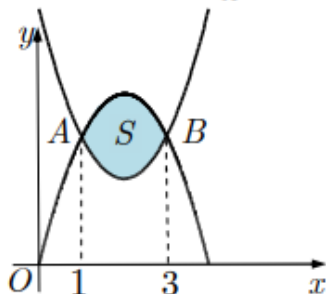


Рис. 12.4

Шукана площа

$$S = \int_1^3 [4x - x^2 - (x^2 - 4x + 6)] dx = \int_1^3 (8x - 2x^2 - 6) dx = \frac{8}{3} \bullet$$

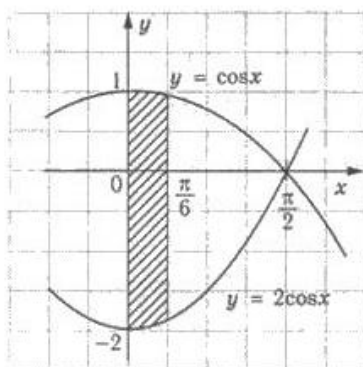
Приклад 1. Знайдіть площу фігур, обмежену графіками функцій $y = \cos x$, $y = -2 \cos x$ та прямими $x = 0$ і $x = \pi/6$.

Розв'язання (мал. 117). Маємо

$$S = \int_0^{\pi/6} (\cos x - (-2 \cos x)) dx$$

Підінтегральний вираз можна спростити. Отримаємо

$$S = \int_0^{\pi/6} 3 \cos x dx = 3 \sin x \Big|_0^{\pi/6} = 3 \sin \frac{\pi}{6} - 3 \sin 0 = 1,5.$$

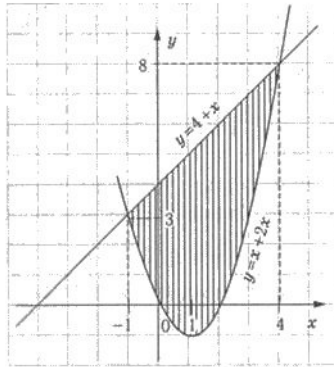


мал. 117

Приклад 2. Знайдіть площу фігури, обмежену графіками функцій $y = x^2 - 2x$ і $y = 4x + x$.

Розв'язання. Знайдемо абсциси точок перетину графіків функцій: $x^2 - 2x = 4 + x$; $x^2 - 3x - 4 = 0$; $x_1 = -1$; $x_2 = 4$.

Ординати точок перетину $y_1 = 3$; $y_2 = 8$. Зображуємо графіки функцій схематично (мал. 118).



мал. 118

Шукана площа

$$S = \int_{-1}^4 \left((4+x) - (x^2 - 2x) \right) dx = \int_{-1}^4 (4 - x^2 + 3x) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3} + 3 \cdot \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^4 = \left(4 \cdot 4 - \frac{4^3}{3} + \frac{3}{2} \cdot 4^2 \right) - \left(4 \cdot (-1) - \frac{(-1)^3}{3} + \frac{3}{2} \cdot (-1)^2 \right) = 18 \frac{2}{3} + 2 \frac{1}{6} = 20 \frac{5}{6}$$

Домашнє завдання: зробити конспект

Зворотній зв'язок

E-mail vasergivna1992@gmail.com