01.12.2022
**Група** 21
**Математика (геометрія)**
**Урок 5-6**
**Тема: Теорема про три перпендикуляри**

**Мета:** ознайомити учнів з теоремою про три перпендикуляри; формувати вміння та навички використовувати теорему до розв'язування задач; вчити користуватися опорними фактами під час доведення тверджень і розв'язування задач; розвивати логічне мислення; виховувати активність, культуру мовлення і математичних записів.

## Матеріали до уроку:

***Формулювання та доведення першої частини теореми про три перпендикуляри.***

Якщо пряма, проведена на площині через основу похилої, перпендикулярна до її проекції, то вона перпендикулярна до похилої.

Дано: $MO \perp \alpha$, KO – проекція похилої KM на площину $\alpha$, $OK \perp AB$.

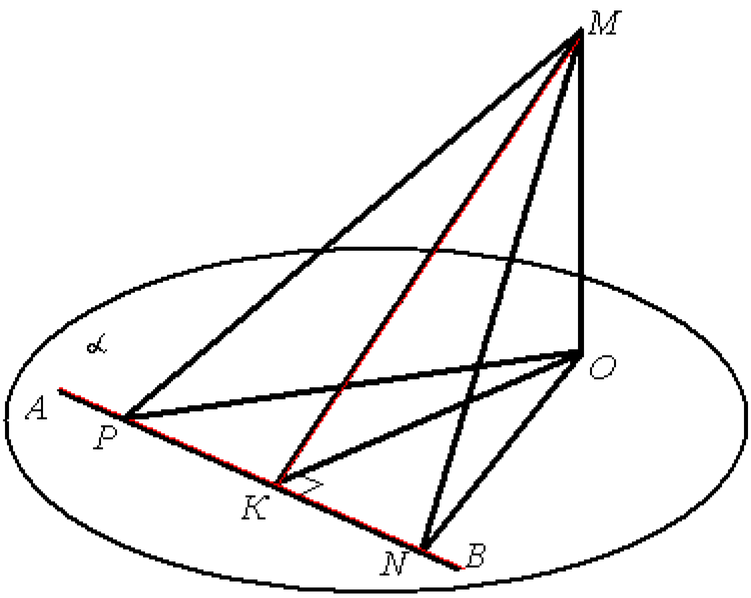
Довести: $AB \perp KM$.

Доведення:

На прямій AB виберемо точки P і N такі, що KN=KP. Тоді PO=NO – як похилі до прямої AB, що мають рівні проекції PK=KN.

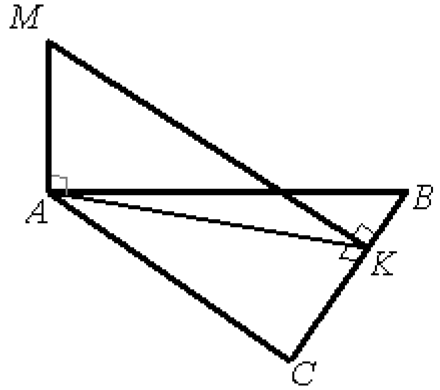
PM=NM – як похилі до площини $\alpha$, проекції яких PO і NO також рівні.

Отже, $\triangle PMN$ – рівнобедрений, KM – його медіана. Тому $MK \perp AB$.




**Розв'язування задач на закріплення теореми.**

1. До площини $\triangle ABC$ побудовано перпендикуляр MA. Знайти відстань від точки M до прямої BC, якщо AB=13 см, BC=14 см, AC=15 см, AM=5 см.




$AK \perp BC$, $MA \perp AK$ $\Rightarrow$ за теоремою про три перпендикуляри маємо $MK \perp BC$.

MK – шуканий відрізок, його ми зможемо знайти з прямокутного трикутника AMK ($\angle A=90°$). AK – висота $\triangle ABC$, у якого нам відомі всі сторони.

АК=$h_a=\dfrac{2S}{a}$, де $a$=BC, а площу S можна обчислити за формулою Герона:

$S_\triangle=\sqrt{p(p-a)(p-в)(p-c)}, p=\dfrac{a+в+c}{2}=\dfrac{13+14+15}{2}=21$(см).

$S_\triangle=\sqrt{21\cdot8\cdot7\cdot6}=\sqrt{7\cdot3\cdot4\cdot2\cdot7\cdot2\cdot3}=7\cdot3\cdot4=84$ (см$^2$).

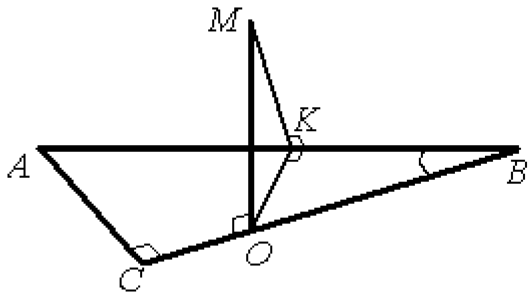
АК=$\dfrac{2\cdot84}{14}=12$ (см).

За теоремою Піфагора МК=$\sqrt{AM^2+AK^2}$, $MK=\sqrt{25+144}=13$(см).

Отже, МК=13 см.

2. $\triangle$ABC – прямокутний, $\angle$C=90°, $\angle$B=30°, точка O$\in$BC, BO=6 см; MO$\perp$(ABC), MO=4 см.

Знайти відстань від точки М до сторони АВ.




Розв'язання.

ОК – проекція похилої, ОК$\perp$АВ. Утворилися $\triangle$ВОК~$\triangle$ВАС, $\angle$К=90°. КО=ОВ·sin30°=6·0,5=3 (см).

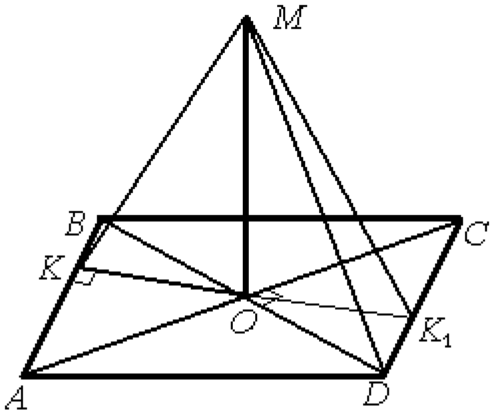
КМ=$\sqrt{MO^2+OK^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$(см)

3. Дано: ABCD – ромб, О – точка перетину діагоналей, МО=4 см, DB=6см, AC=8 см.

Знайти відстань від точки М до сторони ромба АВ.

Розв'язування.

1) $\left.\begin{aligned}BO=\frac{1}{2}BD=3см,\\ AO=\frac{1}{2}AC=4см\end{aligned}\right\}\Rightarrow AB=5см.$




2) OK$\perp$AB.

Розглянемо прямокутний $\triangle$АОВ, $\angle$О=90°. ОК$^2$=АК·ВК, АО$^2$=АВ·АК, АК=АО$^2$/АВ, ВО$^2$=АВ·ВК, ВК=ВО$^2$/АВ.

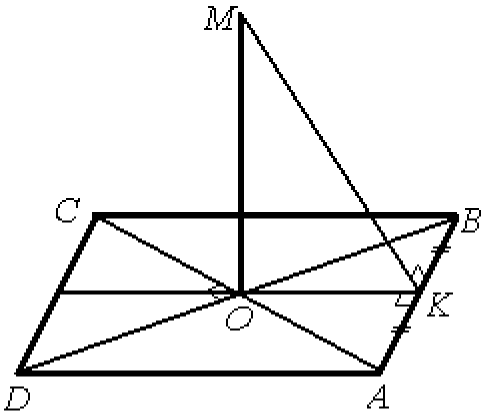
ОК$^2$=$\dfrac{AO^2\cdot BO^2}{AB^2}$, ОК=$\dfrac{AO\cdot BO}{AB}$,

ОК=$\dfrac{4\cdot3}{5}=\dfrac{12}{5}=2{,}4$ (см).

3) Розглянемо прямокутний $\triangle$КОМ, $\angle$О=90°.

КМ=$\sqrt{KO^2+MO^2}$, $KM=\sqrt{5{,}76+16}=\sqrt{21{,}76}=\dfrac{4\sqrt{34}}{5}$ (см).

4. Відстань від точки M до сторони AB квадрата ABCD дорівнює 5 см. Обчисліть відстань від точки M до площини квадрата, якщо діагональ квадрата дорівнює $8\sqrt{2}$ см, а точка M проектується в центр кола, описаного навколо квадрата.




Розв'язування.

O – точка перетину діагоналей.

$AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 8\,(\text{см}),$

$OK = \frac{1}{2} AB = 4\,(\text{см}).$

$MO = \sqrt{MK^2 - OK^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$ (см).

**Домашнє завдання.**

Зробити конспект формулювання та доведення теореми.

Задачі № 1069, 1073, 1076

**Зворотній зв'язок**

**E-mail [vitasergiivna1992@gmail.com](mailto:vitasergiivna1992@gmail.com)**