02.12.2022

Група 21

Математика (алгебра)

Урок 5-6

Тема: **Розв'язування вправ. Правила диференціювання**

Мета уроку:

навчальна: працювати над засвоєнням учнями: правил обчислення похідних; змісту основних правил диференціювання та формулювання їх математичною мовою**,** сформувати вміння знаходити похідні функцій, використовуючи правила знаходження похідних; продовжити формувати вміння та навички учнів застосовувати набуті знання до розв'язування задач з даної теми;

розвивальна: розвивати логічне мислення, комунікабельність, увагу, пам'ять, здатність до самостійності мислення; усне та писемне мовлення; розвивати інтерес до математики; вміння шукати необхідну інформацію з інтернет ресурсів.

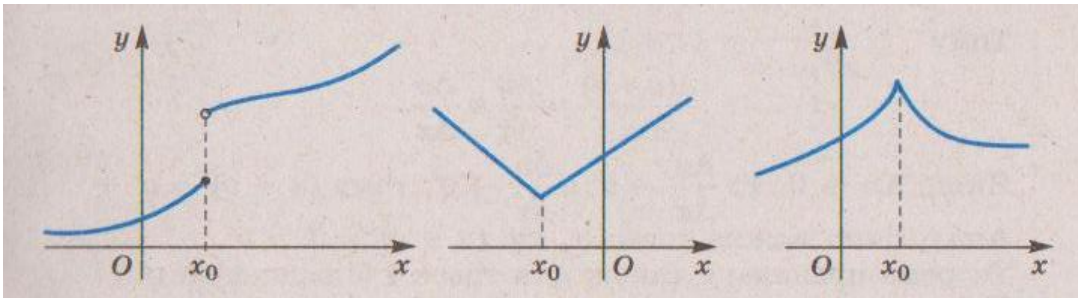
виховна: виховувати в учнів бажання мати глибокі й міцні знання, працьовитість та уважність; сприяти розвитку всесторонньо розвинутої особистості.

Матеріали до уроку:

1.Таблиця похідних.

Чи кожна функція має похідну в кожній точці?

Функції не мають похідних в точках розриву, в точках зламу та в кінцевий точках області визначення функції.



Ми розглядатимемо функції, графіки яких – неперервні лінії. Операцію визначення похідної функції називають диференціюванням.

Таблиця похідних

$c' = 0$, c – const	$(\sin x)' = \cos x$
$(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$, $\alpha \in R$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(ax+b)' = a$	$(\mathrm{tg}\, x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
$(x^2)' = 2x$	$(\mathrm{ctg}\, x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
$(x^3)' = 3x^2$	$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$
$\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$	$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$
$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	
$(a^x)' = a^x \ln a$	$(e^x)' = e^x$

Це формули за допомогою яких знаходять похідні даних функцій.

Кожна з цих формул доведена у XVII ст.

2. Похідна одночлена.

Для кожного натурального n і дійсного k в кожній точці x:
$(kx^n)' = knx^{n-1}$,
де n – натуральне число, k – дійсне число
Приклад.
$(5x^3)' = 5 \cdot 3x^2 = 15x^2$;
$(-2x^4)' = -2 \cdot 4x^3 = -8x^3$.

3.Похідна суми.
Якщо функція u та v диференційовані в точці x, то в цій точці
$(\mathrm{u} + \mathrm{v})' = u' + v'$.
Приклад
$(3x^4 + 2x^2)' = (3x^4)' + (2x^2)' = 12x^3 + 4x$;

4.Похідна добутку.
Якщо функція u та v диференційовані в точці x, то $(\mathrm{uv})' = u'v + uv'$.
Приклад
$f(x) = x^5 \cdot \sin x = (x^5)' \sin x + x^5 (\sin x)' = 5x^4 \sin x + x^5 \cos x$;

5.Похідна частки.
Якщо функція u та v – функція від x, диференційовані в точці x, причому в цій точці $v \neq 0$, то

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$

Приклад

$$f(x) = \left(\frac{x+12}{3x}\right)' = \frac{(x+12)' \cdot 3x - (x+12)(3x)'}{9x^2} = \frac{1 \cdot 3x - (x+12) \cdot 3}{9x^2} = \frac{3x - 3x - 36}{9x^2} = -\frac{4}{x^2}$$

Розв'язання типових вправ:

Приклад 1. Знайдіть похідну функції $f(x) = x^5 \cdot \sin x$.
Розв'язання.
$f'(x) = (x^5 \cdot \sin x)' = (x^5)' \cdot \sin x + x^5 \cdot (\sin x)' = 5x^4 \sin x + x^5 \cos x$.

1) **Знайдіть похідну функції $f(x) = 3x^5(1 - x^2)$.**
Розв'язання. *Спосіб 1.* Скористаємося теоремою про похідну добутку:
$f'(x) = (3x^5(1 - x^2))' = (3x^5)' \cdot (1 - x^2) + 3x^5 \cdot (1 - x^2)' =$
$= 15x^4(1 - x^2) + 3x^5(-2x) = 15x^4 - 15x^6 - 6x^6 = 15x^4 - 21x^6$.
Спосіб 2. Спочатку розкриємо дужки, а потім застосуємо теорему про похідну суми. $f'(x) = (3x^5(1 - x^2))' = (3x^5 - 3x^7)' = 15x^4 - 21x^6$.

2) **Обчисліть значення похідної функції $f(x) = \dfrac{x+12}{3x}$ у точці $x_0 = 4$.**

Розв'язання. $f'(x) = \left(\dfrac{x+12}{3x}\right)' = \dfrac{(x+12)' \cdot 3x - (x+12) \cdot (3x)'}{9x^2} =$

$= \dfrac{1 \cdot 3x - (x+12) \cdot 3}{9x^2} = \dfrac{3x - 3x - 36}{9x^2} = -\dfrac{4}{x^2}$; $f'(4) = -\dfrac{4}{16} = -\dfrac{1}{4}$.

3) Обчисліть значення похідної функції $y = 3\sin x + 5\cos x$ у точці $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

Розв'язання. Скористаємося теоремою про похідну суми:

$y' = (3\sin x + 5\cos x)' = (3\sin x)' + (5\cos x)' = 3(\sin x)' + 5(\cos x)' =$
$= 3\cos x - 5\sin x$.

Якщо $x_0 = \frac{\pi}{4}$, то $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\cos\frac{\pi}{4} - 5\sin\frac{\pi}{4} = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$.

4) Запишіть рівняння дотичної до графіка функції $y = x^4 + x^2$ у точці $x_0 = -2$.

Розв'язання. Рівняння дотичної має вигляд $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.

Знайдемо $f(-2)$ та $f'(-2)$; $f(-2) = (-2)^4 + (-2)^2 = 16 + 4 = 20$;
$f'(x) = (x^4 + x^2)' = 4x^3 + 2x$; $f'(-2) = 4(-2)^3 + 2(-2) = -36$.
Отже, $y = -36(x + 2) + 20$ або $y = -36x - 52$.

5) Знайдіть y', якщо $y = \cos(x^2 - 1)$.

Розв'язання. $y' = (\cos(x^2 - 1))' = -\sin(x^2 - 1) \cdot (x^2 - 1)' = -\sin(x^2 - 1) \cdot 2x =$
$= -2x\sin(x^2 - 1)$.

6) Знайдіть значення похідної функції $y = \sqrt{x^3 + x^2}$ у точці $x = 3$.

Розв'язання. $y' = \left(\sqrt{x^3 + x^2}\right)' = \frac{(x^3 + x^2)'}{2\sqrt{x^3 + x^2}} = \frac{3x^2 + 2x}{2\sqrt{x^3 + x^2}}$.

Якщо $x = 3$, то $y' = 2{,}75$.

Домашнє завдання:
ст.130 № 580,584

Зворотній зв'язок
E-mail vitasergiivna1992@gmail.com