

08.12.2022

Група 21

Математика (алгебра)

Урок 7-8

Тема: Похідна складеної функції.

Мета: 1) *навчальна:* навчити учнів знаходити похідну складеної функції, використовуючи здобуті раніше знання; розкрити поняття складеної функції, навчити учнів розрізняти складну функцію від простої;

2) *виховна:* виховувати дисциплінованість на уроці, уважність, охайність при виконанні письмових робіт та роботі з дошкою;

3) *розвиваюча:* розвивати самостійність мислення учнів, розвивати логічне мислення, вміння концентрувати увагу, аналізувати, узагальнювати, розвивати інтерес до предмету.

Матеріали до уроку:

Досі ми розглядали похідні елементарних функцій, наприклад

$$y = 2 \cos x \quad y' = -2 \sin x$$

$$y = \sqrt{x} \quad y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$y = x^3 \quad y' = 3x^2$$

А от як знайти похідні наступних функцій:

$$1). y = 2x^3 + 6x^2 - 12x + 100 \quad y = 2 \cos 2x, \quad y = \sqrt{x^2 + 5x - 4}, \quad y = (x^2 - 2)^3? \text{ Такі функції}$$

називаються складеними.

Вивчення нового матеріалу.

Будь-яку складену функцію можна записати у вигляді $y = f(g(x))$, де $f(g(x))$ - зовнішня функція, а $g(x)$ - внутрішня.

При цьому похідна складеної функції рівна добутку похідної зовнішньої функції на похідну внутрішньої функції:

$$y' = f'(g(x)) * g'(x)$$

Розглянемо деякі приклади.

Приклад 1.

$$y = 2 \cos 2x$$

$$y' = (2 \cos 2x)' * (2x)' = -2 \sin 2x * 2 = -4 \sin 2x$$

зовнішня функція - $2 \cos 2x$, внутрішня - $2x$

Приклад 2.

$$y = \sqrt{x^2 + 5x - 4}$$

$$g(x) = x^2 + 5x - 4, \quad f(g(x)) = \sqrt{g(x)}$$

$$y' = (\sqrt{x^2 + 5x - 4})' * (x^2 + 5x - 4)' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 5x - 4}} * (2x + 5) = \frac{2x + 5}{2\sqrt{x^2 + 5x - 4}}$$

Приклад 3.

$$y = ((x^2 - 2))^3$$

$$g(x) = x^2 - 2, \quad f(g(x)) = (g(x))^3$$

$$y' = ((x^2 - 2)^3)' * (x^2 - 2)' = 3(x^2 - 2)^2 * 2x = 6x(x^2 - 2)^2$$

Приклад 4.

$$y = \cos^2 2x$$

$$y' = (\cos^2 2x)' * (\cos 2x)' * (2x)' = 2 \cos 2x * (-\sin 2x) * 2 = -4 \cos 2x \sin 2x = -2 \sin 4x$$

Закріплення вивченого матеріалу.

Розв'яжемо приклади, знайдемо похідні складених функцій

№ 1

$$y = \cos 3x$$

$$y' = (\cos 3x)' * (3x)' = -\sin 3x * 3 = -3 \sin 3x$$

№ 2

$$y = \left(\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)\right)$$

$$y' = \left(\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)\right)' * \left(2x - \frac{\pi}{3}\right)' = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) * 2 = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$$

№ 3

$$y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$y' = \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right)' * \left(\frac{x}{2}\right)' = \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} * \frac{1}{2} = \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x}{2}}$$

№ 4

$$y = \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y' = \left(\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)\right)' * \left(3x + \frac{\pi}{4}\right)' = -\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) * 3 = -3 \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$$

№ 5

$$y = \sqrt{\cos x}$$

$$y' = \left(\sqrt{\cos x}\right)' * (\cos x)' = \frac{1}{2\sqrt{\cos x}} * (-\sin x) = -\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$$

№ 6

$$y = (2x+1)^7$$

$$y' = \left((2x+1)^7\right)' * (2x+1)' = 7(2x+1)^6 * 2 = 14(2x+1)^6$$

№ 7

$$y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 7x + 12}} = (x^2 - 7x + 12)^{-\frac{1}{2}}$$

$$y' = \left((x^2 - 7x + 12)^{-\frac{1}{2}}\right)' * (x^2 - 7x + 12)' = -\frac{1}{2}(x^2 - 7x + 12)^{-\frac{3}{2}} * (2x - 7) =$$

$$= -\frac{1}{2} * \frac{2x - 7}{\sqrt{(x^2 - 7x + 12)^3}}$$

№ 8

$$y = \frac{1}{\sin(x - \frac{\pi}{6})} = (\sin(x - \frac{\pi}{6}))^{-1}$$

$$y' = (\sin(x - \frac{\pi}{6}))^{-1}' * (\sin(x - \frac{\pi}{6}))' * (x - \frac{\pi}{6})' =$$

$$= -(\sin(x - \frac{\pi}{6}))^{-2} * \cos(x - \frac{\pi}{6}) * 1 = \frac{-1}{\sin^2(x - \frac{\pi}{6})} * \cos(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{-\cos(x - \frac{\pi}{6})}{\sin^2(x - \frac{\pi}{6})}$$

№ 9

$$y = \frac{1}{(5x+1)^3} = (5x+1)^{-3}$$

$$y' = ((5x+1)^{-3})' * (5x+1)' = -3 * (5x+1)^{-4} * 5 = -\frac{15}{(5x+1)^4}$$

№ 10

$$y = (9x+5)^4$$

$$y' = ((9x+5)^4)' * (9x+5)' = 4(9x+5)^3 * 9 = 36(9x+5)^3$$

№ 11

$$y = \frac{1}{(6x-1)^5} = (6x-1)^{-5}$$

$$y' = ((6x-1)^{-5})' * (6x-1)' = -5(6x-1)^{-6} * 6 = \frac{-30}{(6x-1)^6}$$

№ 12

$$y = (\frac{1}{4}x - 7)^8 - (1 - 2x)^4$$

$$y' = ((\frac{1}{4}x - 7)^8)' * (\frac{1}{4}x - 7)' - ((1 - 2x)^4)' * (1 - 2x)' = 8(\frac{1}{4}x - 7)^7 * \frac{1}{4} - 4(1 - 2x)^3 * (-2) =$$

$$= 2(\frac{1}{4}x - 7)^7 + 8(1 - 2x)^3$$

№ 13

$$y = (4 - 1,5x)^{10}$$

$$y' = ((4 - 1,5x)^{10})' * (4 - 1,5x)' = 10(4 - 1,5x)^9 * (-1,5) = -15(4 - 1,5x)^9$$

№ 14

$$y = \sqrt{1 - 2 \cos x}$$

$$y' = (\sqrt{1 - 2 \cos x})' * (1 - 2 \cos x)' = \frac{1}{2\sqrt{1 - 2 \cos x}} * (2 \sin x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1 - 2 \cos x}}$$

№ 15

$$y = \sqrt{1 - x^4} + \frac{1}{x^2 + 3} = \sqrt{1 - x^4} + (x^2 + 3)^{-1}$$

$$y' = (\sqrt{1 - x^4})' * (1 - x^4)' + ((x^2 + 3)^{-1})' * (x^2 + 3)' = \frac{1}{2\sqrt{1 - x^4}} * (-4x^3) +$$

$$+ (-1) * (x^2 + 3)^{-2} * 2x = -\frac{2x^3}{\sqrt{1 - x^4}} - 2x(x^2 + 3)^{-2} = -2x(\frac{x^2}{\sqrt{1 - x^4}} + \frac{1}{(x^2 + 3)^2})$$

Домашнє завдання.

Знайдіть похідні функцій:

1). $y = (3 - 5x)^5$

2). $y = \operatorname{tg} \frac{1}{x}$

3). $y = \sqrt{9 - x^2}$

4). $y = \sqrt{0,25 - x^2}$

5). $y = \frac{1}{\sqrt{4x + 5 - x^2}}$

6). $y = \operatorname{tg} 2x$

7). $y = \sqrt{\sin x}$

8). $y = (2x - 7)^8$