

14.12.2022

Група 36

Математика (алгебра)

Урок 5-6

Тема уроку: Показникові рівняння.

Мета уроку: Формування умінь учнів розв'язувати найпростіші показникові рівняння.

Матеріали до уроку:

! Показниковими називаються рівняння, у яких невідоме міститься в показнику степеня при постійних основах.

Наприклад. Рівняння $2^x + 3 = 0$; $3^{x+1} - 3^x - 1 = 0$ є показниковими.

Найпростішим показниковим рівнянням є рівняння $a^x = b$, де $a > 0$, $a \neq 1$. Оскільки множина значень функції $y = a^x$ — множина додатних чисел, то рівняння $a^x = b$:

- 1) має один корінь, якщо $b > 0$ (рис. 152);
- 2) не має коренів, якщо $b < 0$ (рис. 153).

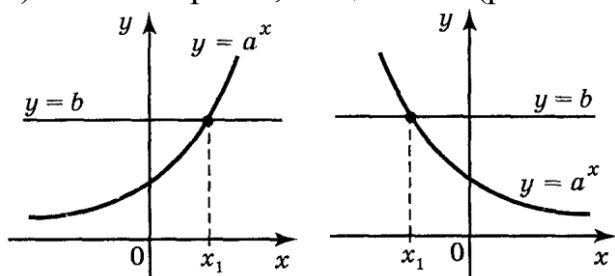


Рис. 152

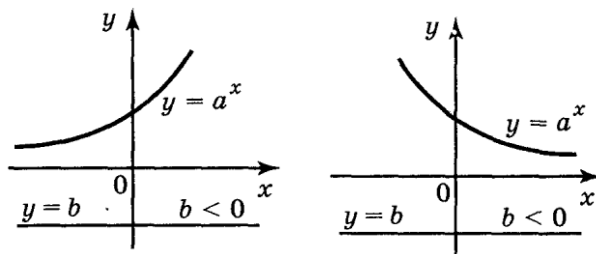


Рис. 153

Для того щоб розв'язати рівняння $a^x = b$, де $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, треба b подати у вигляді $b = a^c$, тоді будемо мати $a^x = a^c$, звідси $x = c$.

Розглянемо приклади.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $5^x = 125$.

Розв'язання

Оскільки $5^x = 125$, а $125 = 5^3$, то маємо $5^x = 5^3$, звідси $x = 3$.

Відповідь: 3.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння $\left(\frac{1}{7}\right)^x = 49$.

Розв'язання

Оскільки $49 = 7^2 = \left(\frac{1}{7}\right)^{-2}$, то $\left(\frac{1}{7}\right)^x = \left(\frac{1}{7}\right)^{-2}$, звідси $x = -2$.

Відповідь: -2.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння $15^{x^2-5x+6} = 1$.

Розв'язання

Оскільки $1 = 15^0$, то $15^{x^2-5x+6} = 15^0$, $x^2 - 5x + 6 = 0$, звідси $x_1 = 2$, $x_2 = 3$.

Відповідь: 2; 3.

Приклад 4. Розв'яжіть рівняння $2^{x-2} = -2$.

Розв'язання

Оскільки $2^{x-2} > 0$ при всіх значеннях x , то рівняння коренів не має. *Відповідь:* немає коренів.

Розв'яжіть рівняння:

1) $2^x = 128;$

Розв'язання: Запишемо 128 у вигляді двійки в степені

$$128 = 2^7$$

та підставимо у рівняння

$$2^x = 2^7 \rightarrow x = 7.$$

Розв'язок показникового рівняння $x=7$.

2) $3^{5x+1} = 3^{2x};$

Розв'язання: Основи рівні між собою, прирівнюємо показники і розв'язуємо

$$5x+1=2x; 3x=-1; x=-1/3.$$

Досить просте рівняння.

3) $3^{x^2-5x-14} = 1;$

Розв'язання: Записуємо одиницю у вигляді 3^0 та прирівнюємо степені

$$x^2-5x-14=0.$$

За теоремою Вієта квадратне рівняння має корені

$$x=7; x=-2.$$

4) $4^x = 8;$

Розв'язання: Перетворимо обидві основи до однакового значення

$$2^{2x} = 2^3.$$

Далі прирівнюємо показники $2x=3$ і $x=3/2=1,5$.

5) $\left(\frac{3}{2}\right)^{1-2x} = \left(\frac{8}{27}\right)^{x+3};$

Розв'язання: Праву частину записуємо у вигляді

$$\left(\frac{8}{27}\right)^{x+3} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{x+3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3x+9}$$

ліву також перетворюємо

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{1-2x} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right)^{1-2x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1}$$

Підставляємо у рівняння

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3x+9}$$

та знаходимо розв'язок

$$2x-1=3x+9; x=-10.$$

6) $(10^{x-5})^{x-6} = 100;$

Розв'язання: Права сторона рівна 10^2 . Прирівнюємо показники $(x-5)(x-6)=2$ та знаходимо корені квадратного рівняння

$$x^2 - 5x - 6x + 30 - 2 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 11x + 28 = 0.$$

$$D = (-11)^2 - 4 \cdot 28 = 9;$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm 3}{2} \rightarrow x_1 = 7; x_2 = 4.$$

Показникове рівняння має два корені $x=7; x=4$.

$$7) \left(\frac{4}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{35}{12}\right)^x = \frac{9}{49};$$

Розв'язання: В лівій частині показники рівні, основи перемножуємо

$$\left(\frac{4}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{35}{12}\right)^x = \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{35}{12}\right)^x = \left(\frac{7}{3}\right)^x.$$

Праву сторону перетворимо до такої ж основи

$$\frac{9}{49} = \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \left(\frac{7}{3}\right)^{-2}.$$

Підставимо вирази у рівняння і знайдемо методом порівняння степенів розв'язок

$$\left(\frac{7}{3}\right)^x = \left(\frac{7}{3}\right)^{-2} \rightarrow x = -2.$$

$$8) 3^{4x-x^2} = 17^{4x-x^2};$$

Розв'язання: Завдання на вигляд складне, проте є проста методика знаходження розв'язку такого типу рівнянь. Для цього при однакових показниках ділять ліву частину на праву (або навпаки)

$$\left(\frac{3}{17}\right)^{4x-x^2} = 1 = \left(\frac{3}{17}\right)^0.$$

Уважно запам'ятайте цей спосіб знаходження розв'язку.

Отримане рівняння під силу розв'язати кожному школяреві

$$4x - x^2 = 0 \rightarrow x(4 - x) = 0 \rightarrow x = 0; x = 4.$$

Добре запам'ятайте дану схему, вона по-перше достатньо проста, по-друге незнання подібних екзотичних методик часто забирає необхідні бали при проходженні ЗНО, тестах, контрольних.

$$9) 4^x \cdot 5^{x-1} = 0,2 \cdot 20^{3-2x};$$

Розв'язання: Перетворимо рівняння до вигляду

$$4^x \cdot 5^x \cdot 5^{-1} = 0,2 \cdot 20^{3-2x} \rightarrow 20^x \cdot 0,2 = 0,2 \cdot 20^{3-2x}.$$

Скорочуємо на 0,2 та розв'язуємо

$$x = 3 - 2x; 3x = 3; x = 1.$$

Домашнє завдання.

З підручника [Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: 11](#)

[кл. Г. П. Бевз, В. Г. Бевз.](#) Виконати №53, 57, 60

Зворотній зв'язок:

Email: vitasergiivna1992@gmail.com