

15.12.2022

Група 11

Математика (алгебра)

Урок 34-35

Тема: Контрольна робота №2 «Тригонометричні функції»

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Варіант 0

1. (0,5 бали) Перевести градуси в радіани:  $140^\circ$ .

$$140^\circ = \frac{140^\circ}{180^\circ} \cdot \pi = \frac{7\pi}{9} \text{ рад}$$

2. (0,5 бали) Перевести радіани в градуси:  $\frac{5\pi}{3}$ .

$$\frac{5\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \cdot \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 300^\circ$$

3. (1 бал) Знайдіть значення  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha$ , якщо  $\alpha$  дорівнює (використати формули зведення):  $135^\circ$ .

$$\begin{aligned}\sin 135^\circ &= \sin(90^\circ + 45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos 135^\circ &= \cos(90^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \operatorname{tg} 135^\circ &= \operatorname{tg}(90^\circ + 45^\circ) = -\operatorname{ctg} 45^\circ = -1 \\ \operatorname{ctg} 135^\circ &= \operatorname{ctg}(90^\circ + 45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1\end{aligned}$$

4. (1 бал) Обчислити:  $\frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}} - \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}$ .

$$\frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}} - \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} - \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{(\sqrt{2})^2}{2} = 1 - \frac{2}{2} = 1 - 1 = 0.$$

5. (2 бал) Розв'язати тригонометричне рівняння:  $\cos \frac{x}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

$$\cos \frac{x}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{x}{5} = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n$$

$$x_1 = 5 \left( \frac{\pi}{4} + 2\pi n \right) \quad x_2 = -5 \left( \frac{\pi}{4} + 2\pi n \right)$$

Відповідь:  $x_{1,2} = \pm 5 \left( \frac{\pi}{4} + 2\pi n \right), n \in \mathbb{Z}$ .

6. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння (звести до квадратного рівняння):  $\sin^2 x - \sin x - 2 = 0$ .

$$\sin^2 x - \sin x - 2 = 0$$

Нехай  $\sin x = t$ . Тоді  $t^2 - t - 2 = 0$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9$$

$$\sqrt{D} = 3$$

$$t_1 = \frac{1-3}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$t_2 = \frac{1+3}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$$

Оскільки  $t = \sin x$ , то

$$\sin x = -1$$

$$\sin x = 2$$

$$x = (-1)^n \arcsin(-1) + \pi n$$

Немає коренів.

$$x = (-1)^n \cdot \frac{3\pi}{2} + \pi n$$

Відповідь:  $x = (-1)^n \cdot \frac{3\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

7. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння:  $2\sin^2 x - \sin x = 0$ .

$$2\sin^2 x - \sin x = 0$$

Нехай  $\sin x = t$ . Тоді  $2t^2 - t = 0$

$$t_1 = 0$$

$$t(2t-1) = 0$$

$$2t-1=0$$

$$2t=1$$

$$t_2 = \frac{1}{2}$$

Оскільки  $t = \sin x$ , то

$$\sin x = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = 0 + \pi n$$

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n$$

$$x_1 = \pi n$$

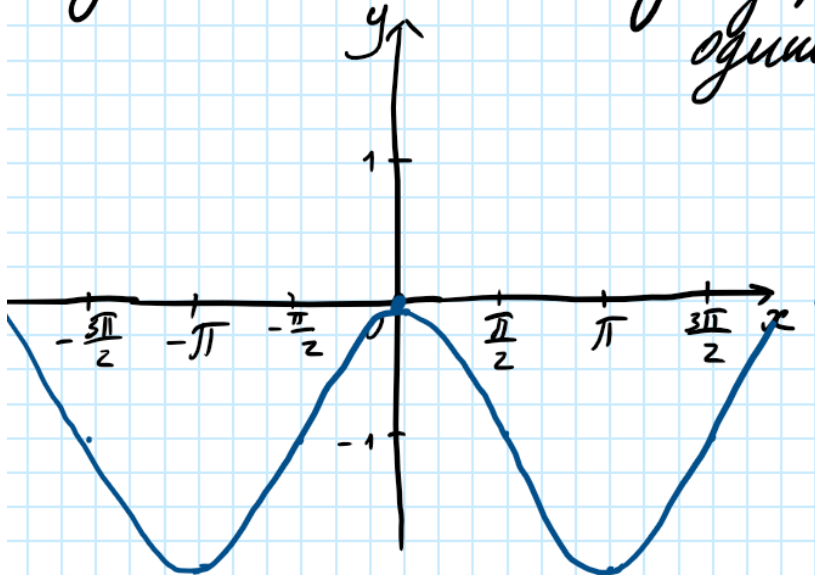
$$x_2 = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$$

Відповідь:  $x_1 = \pi n$ ;  $x_2 = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

Додаткове завдання (на вибір):

8 (1). (3 бали) Побудуйте графік функції  $y = \cos x - 1$ .

$y = \cos x - 1$  - косинусоїда, перенесена на 1 одиницю вниз.



8(2). (3 бали) Доведіть тотожність:  $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$ .

$$\frac{\text{tg} \alpha}{1 + \text{tg} \alpha} + \frac{\text{tg} \alpha}{1 - \text{tg} \alpha} = \frac{\text{tg} \alpha (1 - \text{tg} \alpha) + \text{tg} \alpha (1 + \text{tg} \alpha)}{(1 + \text{tg} \alpha)(1 - \text{tg} \alpha)} =$$

$$= \frac{\text{tg} \alpha - \text{tg}^2 \alpha + \text{tg} \alpha + \text{tg}^2 \alpha}{1 - \text{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \text{tg} \alpha}{1 - \text{tg}^2 \alpha} = \text{tg} 2\alpha$$

8(3). (3 бали) Розв'яжіть рівняння:  $1 - \cos 6x = \sin 3x$ .

$$1 - \cos 6x = \sin 3x$$

$$1 - \cos 2 \cdot 3x = \sin 3x$$

$$1 - 1 + 2 \sin^2 3x = \sin 3x$$

$$2 \sin^2 3x - \sin 3x = 0$$

Нехай  $\sin 3x = t$ , тоді  $2t^2 - t = 0$

$$t(2t - 1) = 0$$

$$t_1 = 0 \quad 2t - 1 = 0$$

$$2t = 1$$

$$t_2 = \frac{1}{2}$$

Оскільки  $\sin 3x = t$ , то  $\sin 3x = 0$  і  $\sin 3x = \frac{1}{2}$

$$3x = \pi n \quad 3x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$$

$$x_1 = \frac{\pi n}{3} \quad x_2 = \frac{(-1)^n \pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

### Варіант 1

- (0,5 бали) Перевести градуси в радіани:  $75^\circ$ .
- (0,5 бали) Перевести радіани в градуси:  $\left(\frac{4}{3}\pi\right)$ .
- (1 бал) Знайдіть значення  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\text{tg} \alpha$ ,  $\text{ctg} \alpha$ , якщо  $\alpha$  дорівнює( використати формули зведення):  $150^\circ$ .
- (1 бал) Обчислити  $\frac{\text{tg} \frac{\pi}{6}}{\text{ctg} \frac{\pi}{3}} - \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4}$ .
- (2 бал) Розв'язати тригонометричне рівняння:  $\sin \frac{2x}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

6. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння (звести до квадратного рівняння):  $\sin^2 x - 4 \sin x - 5 = 0$ .
7. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння:  $\cos^2 x - 2 \cos x = 0$

**Додаткове завдання (на вибір):**

- 8 (1). (3 бали) Побудуйте графік функції  $y = \operatorname{tg}(x - 1)$ .
- 8(2). (3 бали) Доведіть тотожність:  $4 \cos \alpha \cdot \cos(60^\circ - \alpha) \cdot \cos(60^\circ + \alpha) = \cos 3\alpha$ .
- 8(3). (3 бали) Розв'яжіть рівняння:  $\sin 2x - 4 \cos x = 0$ .

**Варіант 2**

1. (0,5 бали) Перевести градуси в радіани:  $168^\circ$ .
2. (0,5 бали) Перевести радіани в градуси:  $\left(\frac{7}{3}\pi\right)$ .
3. (1 бал) Знайдіть значення  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha$ , якщо  $\alpha$  дорівнює( використати формули зведення):  $210^\circ$ .
4. (1 бал) Обчислити  $\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}} - \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4}$ .
5. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння:  $\operatorname{tg} \frac{x}{4} = \sqrt{3}$ .
6. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння (звести до квадратного рівняння):  $\cos^2 x + \cos x - 2 = 0$ .
7. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння:  $2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x = 0$

**Додаткове завдання (на вибір):**

- 8 (1). (3 бали) Побудуйте графік функції  $y = 2 - \operatorname{ctg} x$ .
- 8(2). (3 бали) Доведіть тотожність:  $\sin^6 \alpha + \cos^5 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1$ .
- 8(3). (3 бали) Розв'яжіть рівняння:  $\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x$ .

**Варіант 3**

1. (0,5 бали) Перевести градуси в радіани:  $-64^\circ$ .
2. (0,5 бали) Перевести радіани в градуси:  $\left(\frac{9}{10}\pi\right)$ .
3. (1 бал) Знайдіть значення  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha$ , якщо  $\alpha$  дорівнює( використати формули зведення):  $225^\circ$ .

4. (1 бал) Обчислити  $\frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}} - \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}$ .

5. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння:  $\operatorname{ctg} \frac{2x}{5} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

6. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння (звести до квадратного рівняння):  $\cos^2 x + 5 \cos x - 6 = 0$ .

7. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння:  $2 \cos^2 x + \sqrt{2} \cos x = 0$

**Додаткове завдання (на вибір):**

8(1). (3 бали) Побудуйте графік функції  $y = \cos(1 - x)$ .

8(2). (3 бали) Доведіть тотожність:  $2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) + 1 = 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)$ .

8(3). (3 бали) Розв'яжіть рівняння:  $\frac{\cos x}{1 - \sin x} = 0$ .

**Варіант 4**

1. (0,5 бали) Перевести градуси в радіани:  $160^\circ$ .

2. (0,5 бали) Перевести радіани в градуси:  $\left(\frac{3}{5}\pi\right)$ .

3. (1 бал) Знайдіть значення  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha$ , якщо  $\alpha$  дорівнює( використати формули зведення):  $240^\circ$ .

4. (1 бал) Обчислити  $\frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}} - \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}$ .

5. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння:  $\sin(-5x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

6. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння (звести до квадратного рівняння):  $4 \cos^2 x + 4 \cos x - 3 = 0$ .

7. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння:  $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x = 0$

**Додаткове завдання (на вибір):**

8(1). (3 бали) Побудуйте графік функції  $y = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ .

8(2). (3 бали) Доведіть тотожність:  $\sin(112^\circ - \alpha) + \cos(\alpha + 158^\circ) = 0$ .

8(3). (3 бали) Розв'яжіть рівняння:  $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$ .

### Варіант 5

1. (0,5 бали) Перевести градуси в радіани:  $56^\circ$ .
2. (0,5 бали) Перевести радіани в градуси:  $\left(\frac{7}{10}\pi\right)$ .
3. (1 бал) Знайдіть значення  $\sin\alpha$ ,  $\cos\alpha$ ,  $\operatorname{tg}\alpha$ ,  $\operatorname{ctg}\alpha$ , якщо  $\alpha$  дорівнює( використати формули зведення):  $300^\circ$ .
4. (1 бали) Обчислити  $\frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}}{\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}} - \sqrt{2} \cos\frac{\pi}{4}$ .
5. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння:  $\cos(-3x) = -1$ .
6. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння (звести до квадратного рівняння):  $4\cos^2 x - \cos x - 3 = 0$ .
7. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння:  $2\sin x \cos x = \cos x$

#### Додаткове завдання (на вибір):

- 8 (1). (3 бали) Побудуйте графік функції  $y = \operatorname{tg}x + 2$ .
- 8(2). (3 бали) Доведіть тотожність:  $4\cos\alpha \cdot \cos(60^\circ - \alpha) \cdot \cos(60^\circ + \alpha) = \cos 3\alpha$ .
- 8(3). (3 бали) Розв'яжіть рівняння:  $\sin x + \cos x = -\sqrt{2}$ .

**Домашнє завдання:** повторити поняття функції, властивостей функції.

**Зворотній зв'язок:**

**E-mail** t.anastasia.igorivna@gmail.com