

17.11.2022

Група 35

Математика (геометрія)

Урок 1-2

Тема: Прямокутні координати в просторі.

Мета: сформуванати уявлення про декартову прямокутну систему координат у просторі; ознайомити з формулами для знаходження відстані між двома точками в просторі та знаходження середини відрізка; сформуванати вміння застосовувати ці формули до розв'язування задач; розвивати просторову уяву, вміння проводити аналогії, порівняння; виховувати акуратність, зацікавленість у пізнанні нового.

Матеріали до уроку:

При вивченні теми «Координатна пряма» ви навчилися знаходити по координаті положення точки на прямій.

1. Скількима координатами може бути задана точка на прямій? **Однією.**

2. Скількима координатами задана точка в координатній площині? **Двома.**

3. Скількима координатами задана точка у просторі? **Трьома.**

**Питання уроку.**

Так скільки ж координат треба для того, щоб задати точку на прямій?

- Одна

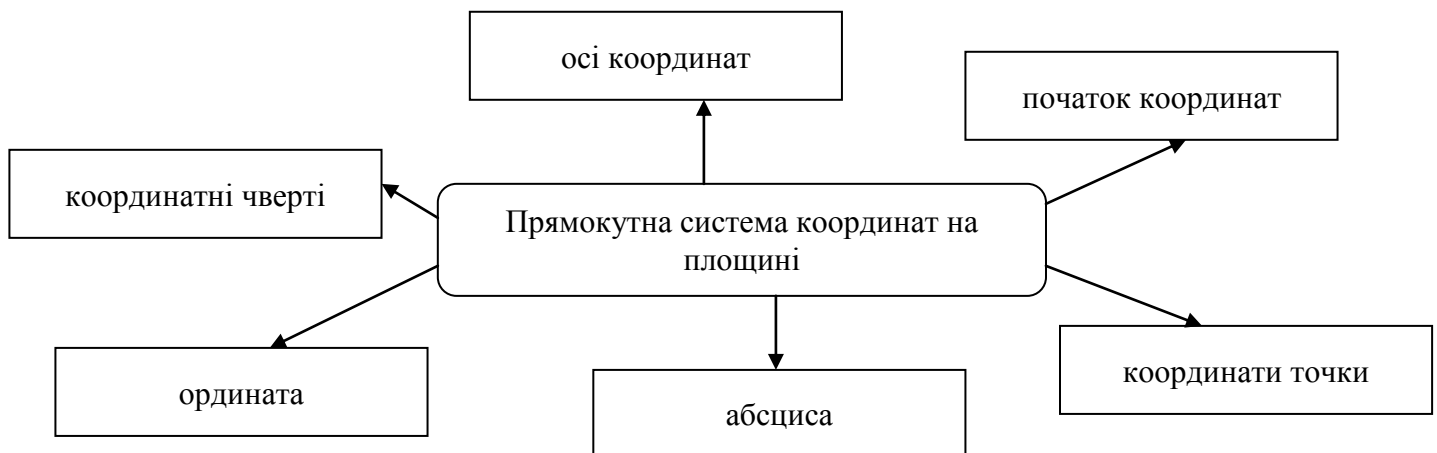
Скількима координатами задається точка на координатній площині?

- Двома

скількима координатами задається точка у просторі?

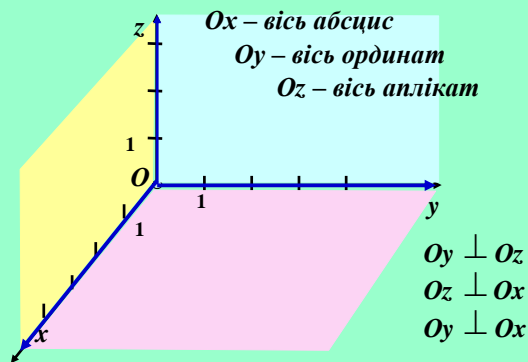
- Трьома

Зараз повторимо і пригадаємо всі терміни і поняття, які асоціюються у вас з цими словами - прямокутна система координат



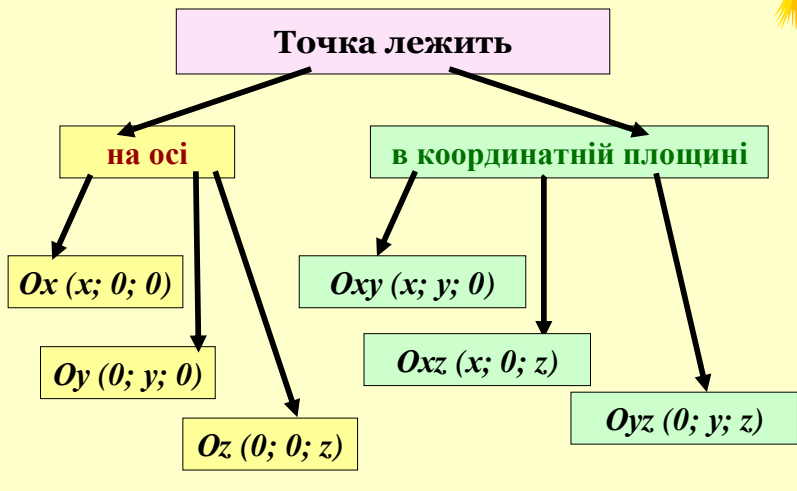
Розглянемо три взаємно перпендикулярні прямі (координатні осі)  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  зі спільною точкою  $O$  — початком координат.  $Ox$  — вісь абсцис;  $Oy$  — вісь ординат,  $Oz$  — вісь аплікват. Через кожну пару цих прямих проведемо координатні площини  $Oxy$ ,  $Oxz$ ,  $Oyz$ . Утворену в такий спосіб систему координат називають **прямокутною декартовою системою координат у просторі.**

**Задання прямокутної системи координат у просторі:**

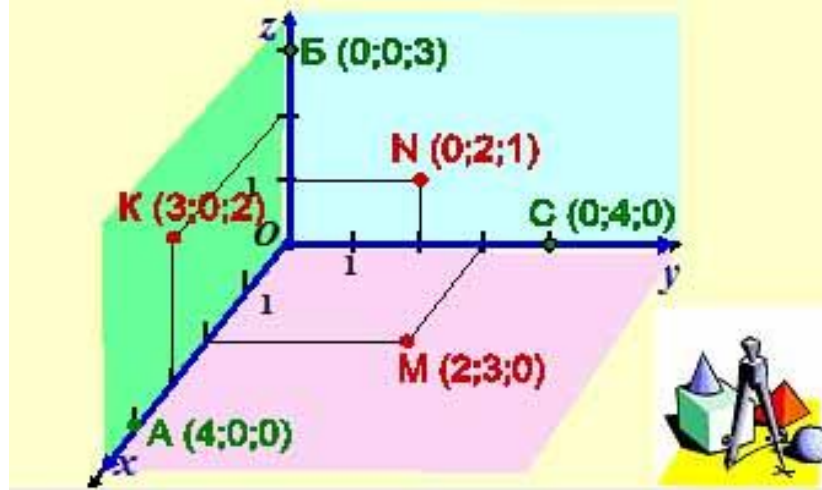


Кожній точці в просторі відповідають три числа: її абсциса  $X$ , ордината  $Y$ , апліката  $Z$ . І навпаки: кожній точці чисел  $(x, y, z)$  у просторі відповідає єдина точка. Координати точки записується у дужках через крапку з комою, причому першою записується  $X$ , другою  $Y$ , третьою  $Z$ .

**Знаходження координат точок.**



**Розміщення координат точок**



Маючи таку систему координат, можна розв'язувати багато стереометричних задач, подібних до тих, які розв'язують за допомогою координат на площині.

Зокрема, можна довести такі твердження:

**Відстань між точками**  $A(x_A, y_A, z_A)$  і  $B(x_B, y_B, z_B)$  обчислюється за формулою

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$

**Координати середини відрізка**

Нехай  $A(x_A; y_A; z_A)$  і  $B(x_B; y_B; z_B)$  — дві довільні точки простору. Виразимо координати середини  $S$  відрізка  $AB$  через координати його кінців  $A$  і  $B$ .

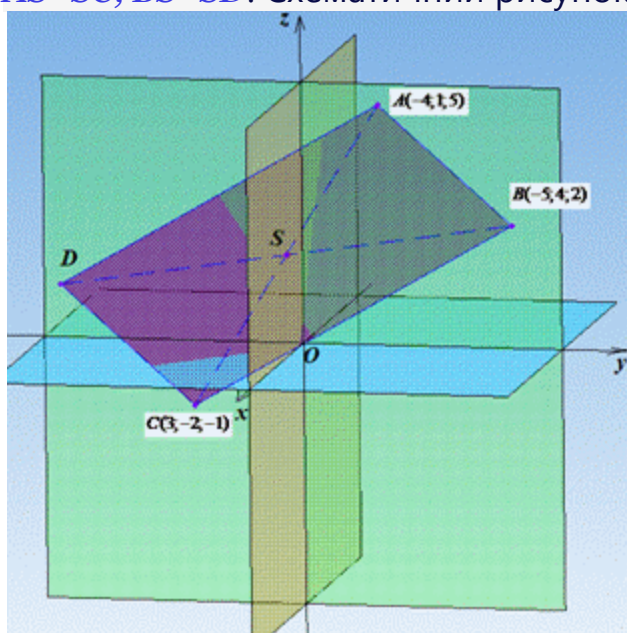
$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2}; y_C = \frac{y_A + y_B}{2}; z_C = \frac{z_A + z_B}{2}.$$

**Приклад 1** Дано  $ABCD$  – паралелограм з трьома вершинами  $A(-4;1;5)$ ,  $B(-5;4;2)$ ,  $C(3;-2;-1)$ . Знайти координати вершини  $D$ .

А	Б	В	Г	Д
(12;7;-8)	(6;-3;-6)	(-6;3;6)	(-12;7;8)	(4;-5;2)

**Розв'язування:** Для відшукування четвертої вершини скористаємося властивістю про те, що у паралелограма  $ABCD$  діагоналі  $AC$  і  $BD$  в точці перетину ( $S$ ) діляться навпіл:

$AS=SC$ ,  $BS=SD$ . Схематичний рисунок паралелограма має вигляд



Спочатку знайдемо координати центра  $S$  - середини відрізка (діагоналі)  $AC$  за відомими координатами:

$$x_S = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-4 + 3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_S = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1 - 2}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$z_S = \frac{z_A + z_C}{2} = \frac{5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Отримали  $S\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 2\right)$  - координати точки перетину діагоналей  $AC$  і  $BD$ .

Із умови, що  $BS=SD$  складаємо рівняння для знаходження координати точки  $D$  і розв'язуємо:

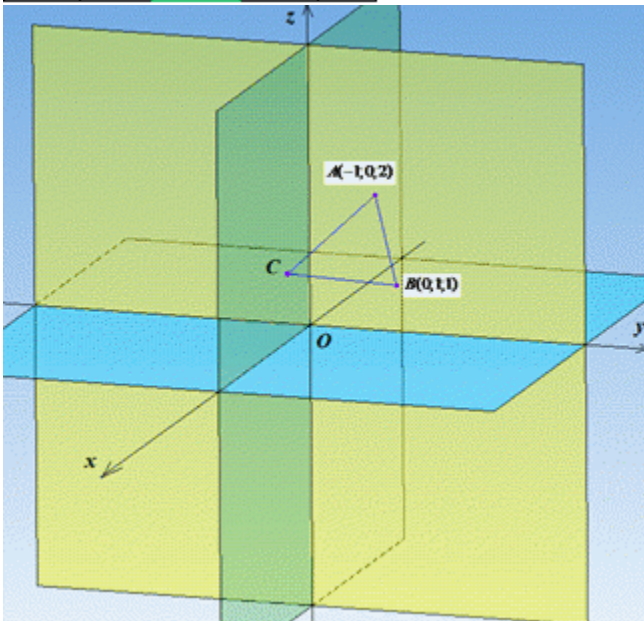
$\frac{x_B + x_D}{2} = x_S,$	$\frac{y_B + y_D}{2} = y_S,$	$\frac{z_B + z_D}{2} = z_S,$
$\frac{-5 + x_D}{2} = -\frac{1}{2},$	$\frac{4 + y_D}{2} = -\frac{1}{2},$	$\frac{2 + z_D}{2} = 2,$
$-5 + x_D = -1,$	$4 + y_D = -1,$	$2 + z_D = 4,$
$x_D = -1 + 5,$	$y_D = -1 - 4,$	$z_D = 4 - 2,$
$x_D = 4;$	$y_D = -5;$	$z_D = 2.$

$D(4;-5;2)$  - шукана вершина.

Відповідь:  $(4;-5;2)$  – Д.

**Приклад 2.** Точки  $A(-1;0;2)$  і  $B(0;1;1)$  є вершинами правильного трикутника. Знайти площу цього трикутника.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{4}$	$3\sqrt{3}$	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	3	9



Розв'язування: У правильного (рівностороннього)  $\triangle ABC$  всі сторони рівні:  $|AB|=|AC|=|BC|$ .

Тому, площу трикутника  $ABC$  можна обчислити за формулою:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{|AB|^2 \sqrt{3}}{4}$$

Визначимо квадрат довжини відрізка (сторони)  $AB$  із залежності:

$$\begin{aligned} |AB|^2 &= (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 = \\ &= (0 + 1)^2 + (1 - 0)^2 + (1 - 2)^2 = 1^2 + 1^2 + (-1)^2 = 1 + 1 + 1 = 3 \end{aligned}$$

Знайдемо площу правильного трикутника  $ABC$ :

$$S_{\triangle ABC} = \frac{|AB|^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

Серед варіантів тестів вірний результат містить пункт В.

Відповідь:  $3\sqrt{3}/4$  – В.

**Домашнє завдання:**

За підручником [«Математика. Алгебра і початки аналізу та геометрія. 10 клас»](#) автор Бевз Г. опрацювати §34 виконати на ст.255 №1242, 1246, 1253

**Зворотній зв'язок:**

Email: [vitasergiivna1992@gmail.com](mailto:vitasergiivna1992@gmail.com)

**!!!! у повідомленні з д/з не забуваємо вказувати прізвище, групу і дату уроку.**