18.11.2022

Група 21

Математика (алгебра)

Урок 1-2

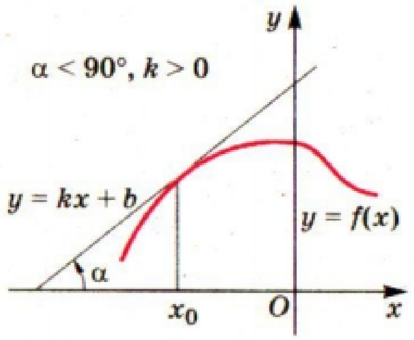
Тема: Приріст аргументу і функції в точці. Розв’язування вправ.

Мета:

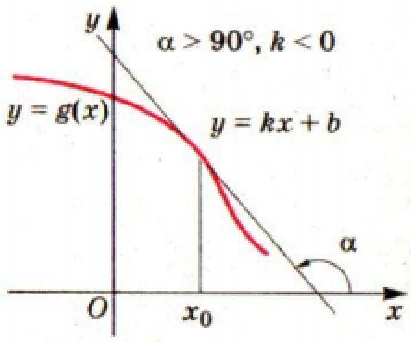
- Сформувати поняття приросту аргументу та приросту функції; розглянути задачі, що приводять до поняття похідної; сформувати поняття похідної; домогтися засвоєння означення похідної; сформувати вміння використовувати означення похідної під час обґрунтування формул для обчислення похідних деяких функцій.
- Розвивати логічні операції, пам’ять, наполегливість. Розвивати вміння робити висновки. Розвивати інформаційно-цифрову, математичну компетентності учнів.
- Виховувати інтерес до математики

Матеріали до уроку:

Багатьом фахівцям часто доводиться досліджувати функції, тобто з'ясовувати, за яких умов та чи інша функція зростає чи спадає, за яких набуває найменшого чи найбільшого значення тощо. Досліджувати функції найкраще за допомогою похідної чи тісно пов'язаної з нею дотичної до графіка функції. Скористаємося спочатку інтуїтивним уявленням про дотичну. Згадайте, що дотична до кола - це пряма, яка лежить у площині цього кола і має з ним тільки одну спільну точку.



Мал. 35



Мал. 36

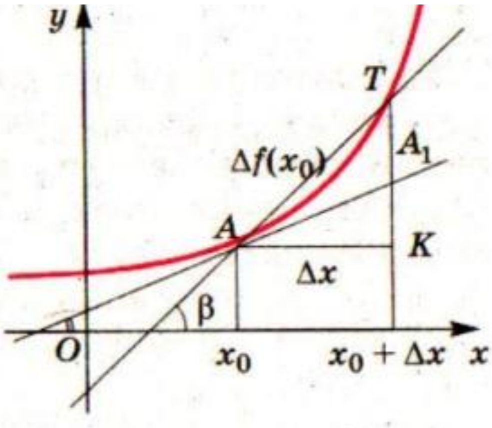
На малюнках 35 і 36 зображено графіки неперервних функцій f(x) і $g(x)$ та дотичні, проведені до них у точках x_0. Дотична до кривої - це пряма. Її рівняння має вигляд $y = kx + b$, де k - *кутовий коефіцієнт*, $k = tg\ \alpha$ (якщо $k \neq 0$, то α - кут між променем дотичної, розміщеним вище від осі x, і додатним напрямом цієї осі).

Зверніть увагу на кутовий коефіцієнт $к$ дотичної, проведеної до графіка функції в його точці з абсцисою x.

Якщо число x_0 належить проміжку зростання функції, то відповідне значення k додатне (мал. 35). Якщо x_0 належить проміжку спадання функції, то відповідне значення k від'ємне (мал. 36). І навпаки, якщо кожному значенню x із деякого проміжку (a; b) відповідає додатне значення k, то на (a; b) дана функція зростає; якщо кожному значенню x з деякого проміжку (c; d) відповідає від'ємне значення k, то на $(c; d)$ функція спадає. Заслуговують на увагу і ті точки графіка функції, в яких дотична не існує і в яких вона паралельна осі x, тобто коли її кутовий коефіцієнт дорівнює 0.

Отже, для дослідження функцій важливо вміти визначати кутовий коефіцієнт дотичної до її графіка. Розглянемо детальніше зв'язок цього коефіцієнта з досліджуваною функцією.

Нехай дано графік функції y=f(x) і на ньому точку *A*, в якій існує дотична до графіка (мал. 37). Якщо абсциса точки A дорівнює x_0, то її ордината - $f(x_0)$. Надамо значенню аргументу x_0 приріст Δx. Нарощеному значенню аргументу $x_0 + \Delta x$ на графіку функції відповідає точка *T* з абсцисою $x_0 + \Delta x$ і ординатою $f(x_0 + \Delta x)$.



Мал. 37

Через точки *A* і *T* проведемо прямі *AK* і *TK*, паралельні осям абсцис і ординат; вони перетнуться в деякій точці *K*. Тоді $AK = \Delta x$ - приріст аргументу, а $TK = \Delta y$ - приріст функції на $[x_0; x_0 + \Delta x]$.

Кутовий коефіцієнт січної *AT* дорівнює тангенсу кута β, тобто відношенню Δy до Δx:

$$tg\beta = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Якщо приріст аргументу Δx зменшувати так, щоб він прямував до нуля, то січна *AT*, повертаючись навколо точки *A*, наближатиметься до прямої AA_1. Таку пряму AA_1 - граничне положення січної *AT* при $\Delta x \to 0$ - називають *дотичною до графіка* даної функції в точці x_0.

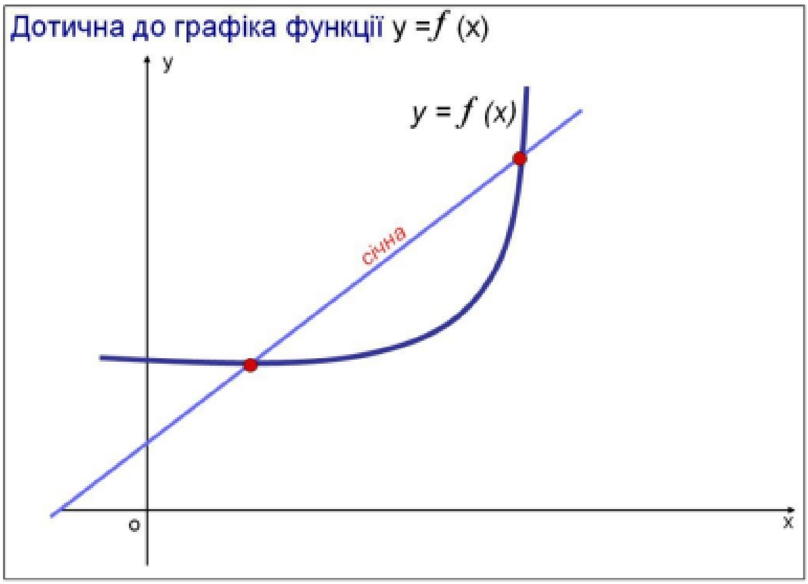
Якщо $\Delta x \to 0$, то міра кута β прямує до α, а тангенс кута β - до tgα. Тобто, якщо k - кутовий коефіцієнт цієї дотичної і $\Delta x \to 0$, то

$$k = tg\alpha = \lim_{\beta \to \alpha} tg\beta = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

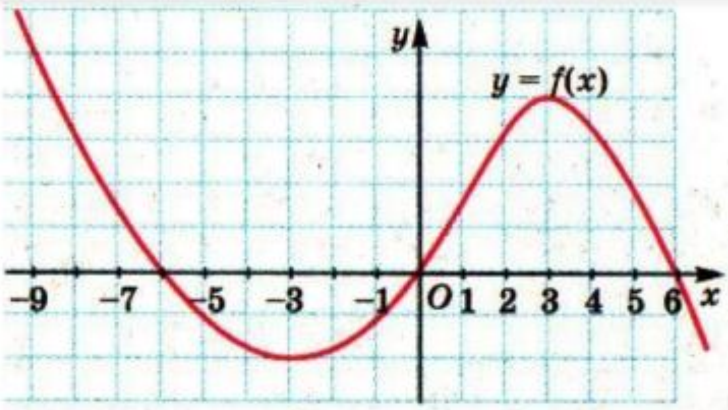
До обчислення значення виразу $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ чи $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ приводять розв'язування багатьох задач із механіки, електрики, біології, економіки, статистики тощо. Саме тому цей вираз отримав спеціальну назву - похідна.

Похідною функції /(ж) у точці x_0 називають границю відношення приросту функції в точці x_0 до приросту аргументу, якщо приріст аргументу прямує до нуля, а границя існує.

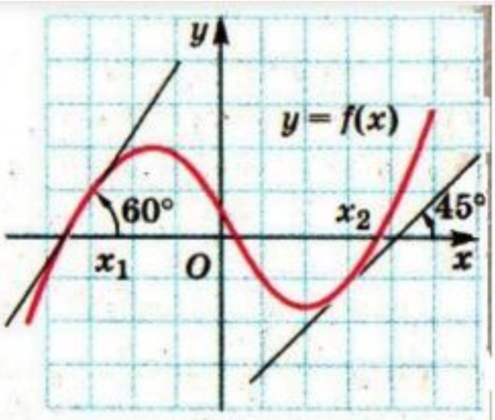
Похідну функції f(x) у точці x_0 позначають $f'(x_0)$. її означення записують також у вигляді рівності $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ *або* $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$



Розв’язання вправ



Мал. 38



Мал. 39

Вправа 235. Укажіть кілька точок, у яких дотична до графіка функції f(x) (мал. 38) утворює з додатним напрямом осі x : а) гострий кут; б) тупий кут.

Розв’язання

а) точки з інтервалу від-3 до 3, наприклад (-1;-1); (0;0); (2;3)

б) точки з інтервалу від-9 до -3 та від 3 до 6, наприклад (-8; 3); (-6;0); (5;2)

Вправа 236. Укажіть проміжки, на яких кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції f(x) (див. мал. 38) набуває: а) додатних значень; б) від'ємних значень.

Розв’язання

а) $x \in (-3;3)$; б) $x \in (-9;-3) \cup (3;6)$

Вправа 237. Які кутові коефіцієнти мають дотичні до графіка функції f(x) (мал. 39), проведені в точках x_x, x_2?

Розв’язання

а) $k = tg60^0 = \sqrt{3}$ б) $k = tg45^0 = 1$

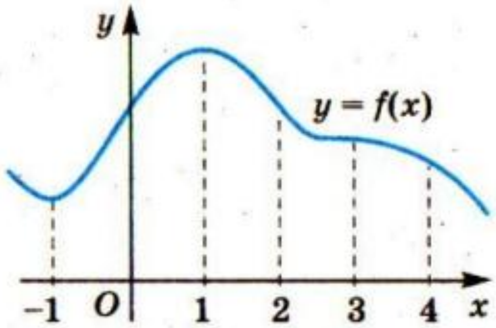
Вправа 239. Визначте знак кутового коефіцієнта дотичної, проведеної до графіка функції (мал. 40) у точках з абсцисами -0,5; 0,5; 1,5; 2,5.

Розв’язання

Для x=-0,5; x=0,5 k>0

Для x= 1,5 k<0

Для x= 2,5 k=0



Мал. 40

Вправа 240. За графіком функції $y = f(x)$ (мал. 40) визначте наближені значення її похідної в точках x, що дорівнюють: -1, 0, 1, 2, 3, 4.

Розв’язання

$f'(-1) = 0$; $f'(0) = 1$; $f'(1) = 0$; $f'(2) = -1$; $f'(3) = 0$; $f'(4) = -1$

Домашнє завдання:

1.Зробити конспект

2. Виконати §14 ст.117 №518,521 (підручник «Математика» Бевз, 2018р.)

Зворотній зв'язок:

E-mail vitasergiivna1992@gmail.com