

23.12.2022

Група 22

Математика (алгебра)

Урок 19-20

Тема: Контрольна робота №1 «Похідна та її застосування»

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Розподіл варіантів: 1-6 за списком – 1 варіант; 7-12 за списком – 2 варіант; 13-18 за списком – 3 варіант; 18-24 за списком – 4 варіант, 25-30 за списком – 5 варіант.

Варіант 0

1. (1 бал) Знайдіть похідну функцій:

1) $y = x^8 - \sin x$; 2) $y = e^x \cos x$.

1) $y = x^8 - \sin x$
 $y' = (x^8 - \sin x)' = (x^8)' - (\sin x)' = 8x^7 - \cos x$

2) $y = e^x \cos x$
 $y' = (e^x \cos x)' = (e^x)' \cos x + (\cos x)' e^x = e^x \cos x - \sin x e^x = e^x (\cos x - \sin x)$

2. (1 бал) Знайдіть похідну функції $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-3}$ у точці 2.

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{x^2+2}{x^2-3}, x_0 = 2 \\f'(x) &= \left(\frac{x^2+2}{x^2-3}\right)' = \frac{(x^2+2)'(x^2-3) - (x^2+2)(x^2-3)'}{x^2-3} = \\&= \frac{2x(x^2-3) - 2x(x^2+2)}{(x^2-3)^2} = \frac{2x^3 - 6x - 2x^3 - 4x}{(x^2-3)^2} = -\frac{10x}{(x^2-3)^2} \\f'(2) &= -\frac{10 \cdot 2}{(2^2-3)^2} = -20.\end{aligned}$$

3. (1 бал) Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = x^3$ у точці з абсцисою $x_0 = 1$.

$$\begin{aligned}f(x) &= x^3, x_0 = 1. \\k &= f'(x_0) = f'(1) \\f'(x) &= (x^3)' = 3x^{3-1} = 3x^2. \\f'(1) &= 3 \cdot 1^2 = 3 \\k &= 3.\end{aligned}$$

4. (2 бали) Знайдіть похідну функції $f(x) = (x^2 + 3x)^5$.

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2 + 3x)^5 \\f'(x) &= ((x^2 + 3x)^5)' \cdot (x^2 + 3x)' = 5(x^2 + 3x)^{5-1} \cdot (2x^{2-1} + 3 \cdot 1 \cdot x^{1-1}) = \\&= 5(x^2 + 3x)^4 (2x + 3 \cdot 1 \cdot 1) = 5(x^2 + 3x)^4 (2x + 3).\end{aligned}$$

5. (2 бали) Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = x^4 - \ln x$ у точці з абсцисою $x_0 = 1$.

$$\begin{aligned}f(x) &= x^4 - \ln x, \quad x_0 = 1, \\y &= f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0), \\f(x_0) &= f(1) = 1^4 - \ln 1 = 1, \\f'(x) &= (x^4 - \ln x)' = 4x^3 - \frac{1}{x}, \\f'(x_0) &= f'(1) = 4 \cdot 1^3 - \frac{1}{1} = 4 - 1 = 3, \\y &= 1 + 3(x - 1) = 1 + 3x - 3 = 3x - 2. \\ \text{Відповідь: } y &= 3x - 2.\end{aligned}$$

6. (2 бали) Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = 3t^2 - 10t + 17$ (x – у метрах, t – у секундах). У який момент часу (у с) швидкість тіла дорівнюватиме 38 м/с?

$$\begin{aligned}x(t) &= 3t^2 - 10t + 17, \quad v(t) = 38 \text{ м/с.} \\v(t) &= x'(t) = 6t - 10 \\6t - 10 &= 38 \quad 6t = 48 \quad t = 8 \text{ с} \quad \text{Відповідь: } t = 8 \text{ с.}\end{aligned}$$

7. (3 бали) Дослідити функцію $y = x^3 - 3x$ та побудувати її графік.

Варіант 1

- (1 бал) Знайдіть похідну функцій:
1) $y = x^4 + \cos x$; 2) $y = e^x \sin x$.
- (1 бал) Знайдіть похідну функції $f(x) = 2e^x - \sin x$ у точці 0.
- (1 бал) Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = 12x - x^3$ у точці з абсцисою $x_0 = 3$.
- (2 бали) Знайдіть похідну функції $f(x) = (3x - 2)^4$.

$$y = x^3 - 3x$$

1) $D(y) = \mathbb{R}$.

2) $f(-x) = (-x)^3 - 3 \cdot (-x) = -x^3 + 3x = -(x^3 - 3x) = -f(x)$.

Четверта.

3) Нулі: $x^3 - 3x = 0$

$$x(x^2 - 3) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \text{або} \quad (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$x - \sqrt{3} = 0 \quad x + \sqrt{3} = 0$$

$$x_2 = \sqrt{3} \quad x_3 = -\sqrt{3}$$

4) $f'(x) = (x^3 - 3x)' = 3x^{3-1} - 3 \cdot 1 \cdot x^{1-1} = 3x^2 - 3x^0 = 3x^2 - 3$.

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$3x^2 = 3$$

$$x^2 = 1$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -1$$



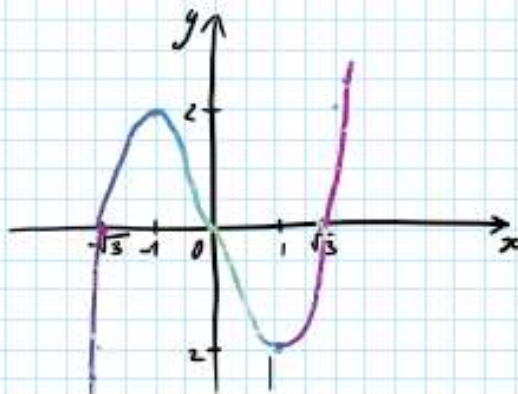
Функція зростає: $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

Функція спадає: $[-1; 1]$.

5) $x_{\min} = 1 \quad f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 = 1 - 3 = -2$

$x_{\max} = -1 \quad f(-1) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1) = -1 + 3 = 2$

6) Графік.



5. (2 бали) Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2$ у точці з абсцисою $x_0 = -2$.

6. (2 бали) Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = 0,75t^4 + 3t^2$ (x – у метрах, t – у секундах). Знайдіть швидкість точки в момент часу $t = 2$ с.

7. (3 бали) Дослідити функцію $y = x^2 - 3x - 10$ та побудувати її графік.

Варіант 2

1. (1 бал) Знайдіть похідну функцій:

1) $y = x^4 + \sin x$; 2) $y = x \cos x$.

2. (1 бал) Знайдіть похідну функції $f(x) = \frac{x+1}{x^2-8}$ у точці 3.

3. (1 бал) Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = x^3 - 3x$ у точці з абсцисою $x_0 = 2$.

4. (2 бали) Знайдіть похідну функції $f(x) = (2x - 3)^6$.

5. (2 бали) Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2$ у точці з абсцисою $x_0 = 8$.

6. (2 бали) Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = \frac{3}{2}t^2 + 2t - 7$ (x – у метрах, t – у секундах). У який момент часу (u с) швидкість тіла дорівнюватиме 17 м/с?

7. (3 бали) Дослідити функцію $y = x^2 - 2x - 8$ та побудувати її графік.

Варіант 3

1. (1 бал) Знайдіть похідну функцій:

1) $y = 6x^2 - x^3$; 2) $y = x^3 \ln x$.

2. (1 бал) Знайдіть похідну функції $f(x) = 3e^x + \cos x$ у точці 0.

3. (1 бал) Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = x^6 - 6x$ у точці з абсцисою $x_0 = 2$.

4. (2 бали) Знайдіть похідну функції $f(x) = \sqrt{5x - 1}$.

5. (2 бали) Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = x^2 - \frac{1}{3}x^3$ у точці з абсцисою $x_0 = 4$.

6. (2 бали) Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = 0,5t^4 + t^3$ (x – у метрах, t – у секундах). Знайдіть швидкість точки в момент часу $t = 3$ с.

7. (3 бали) Дослідити функцію $y = x^3 + 2x^2 + x$ та побудувати її графік.

Варіант 4

1. (1 бал) Знайдіть похідну функцій:

1) $y = x^4 + 4x^3$; 2) $y = x^2 \ln x$.

2. (1 бал) Знайдіть похідну функції $f(x) = \frac{x-7}{x^2-3}$ у точці 2.

3. (1 бал) Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = x^4 + 4x$ у точці з абсцисою $x_0 = -3$.
4. (2 бали) Знайдіть похідну функції $f(x) = \cos^3 x$.
5. (2 бали) Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = 2x^2 + \frac{4}{3}x$ у точці з абсцисою $x_0 = -4$.
6. (2 бали) Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = 3,5t^2 + 4t + 11$ (x – у метрах, t – у секундах). У який момент часу (у с) швидкість тіла дорівнюватиме 25 м/с?
7. (3 бали) Дослідити функцію $y = 3x^2 - x^3$ та побудувати її графік.

Варіант 5

1. (1 бал) Знайдіть похідну функцій:
- 1) $y = x^2 - 6x$; 2) $y = x \operatorname{ctg} x$.
2. (1 бал) Знайдіть похідну функції $f(x) = \frac{2x^2+6}{x+1}$ у точці 1.
3. (1 бал) Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = x^2 + 2x$ у точці з абсцисою $x_0 = -1$.
4. (2 бали) Знайдіть похідну функції $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$.
5. (2 бали) Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = x^4 - 6x^2$ у точці з абсцисою $x_0 = -3$.
6. (2 бали) Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = 0,25t^4 - t^2$ (x – у метрах, t – у секундах). Знайдіть швидкість точки у момент часу $t = 3$ с.
7. (3 бали) Дослідити функцію $y = x^4 + 4x^3 - 8x^2$ та побудувати її графік.

Домашнє завдання: повторити поняття функції, принципу побудови графіків функцій.

Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com