

26.12.2022

Група 22

Математика (геометрія)

Урок 19-20

Тема: Контрольна робота №2 «Координати і вектори»

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

### Матеріали до уроку:

**Розподіл варіантів:** 1-10 за списком – 1 варіант; 11-20 за списком – 2 варіант; 21-30 за списком – 3 варіант.

#### Варіант 0

1. (1 бал) Обрати точки, які належать осі  $Ox$ .

- 1)  $(-3; 0; 0)$ ; 2)  $(0; -3; 0)$ ; 3)  $(0; 0; -3)$ ; 4)  $(-3; -3; -3)$ ; 5)  $(0; 1; 0)$ .

Якщо точка належить осі  $Ox$ , то координати на осях  $Oy$  та  $Oz$  дорівнюють нулю. Отже, це може бути лише точка 1)  $(-3; 0; 0)$ .

2. (1 бал) Відносно якої з даних точок симетричні точки  $A(8; -5; 3)$  і  $B(0; 1; -9)$ ?

- 1)  $C(8; -4; -6)$ ; 2)  $D(4; -3; 6)$ ; 3)  $E(-8; 6; -12)$ ; 4)  $F(4; -2; -3)$ .

Якщо  $A$  і  $B$  - симетричні відносно деякої точки, то ця точка буде серединою відрізка  $AB$ .

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$x = \frac{8 + 0}{2} = 4$$

$$y = \frac{-5 + 1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$z = \frac{3 - 9}{2} = -3$$

3. (1 бал) Укажіть вектор, колінеарний вектору  $\vec{a}(2; -1; -3)$ .

- 1)  $\vec{b}(6; -3; 9)$ ; 2)  $\vec{c}(2; -1; -3)$ ; 3)  $\vec{d}(-4; 2; 6)$ ; 4)  $\vec{e}(0; -2; -6)$ ;  
5)  $\vec{f}(6; 0; 0)$ .

$$\text{Якщо } \vec{a} \parallel \vec{b}, \text{ то } \frac{2}{6} = \frac{-1}{-3} = \frac{-3}{9}$$
$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \checkmark$$

$$\text{Отже, } \vec{a} \parallel \vec{b}.$$

4. (1 бал) Знайдіть відстань між точками  $A(-2; 3; 1)$  і  $B(0; 1; 2)$ .

$$A(-2; 3; 1), B(0; 1; 2).$$

$$|AB| = \sqrt{(0 - (-2))^2 + (1 - 3)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{4 + 4 + 1} = \sqrt{9} = 3.$$

5. (1 бал) Точка  $A$  – середина відрізка  $CD$ ,  $A(-2; 1; 3)$ ,  $C(2; -5; 1)$ . Знайдіть координати точки  $D$ .

$$A(-2; 1; 3), C(2; -5; 1), D(x_2; y_2; z_2).$$

$$x = \frac{2 + x_2}{2} = -2 \quad y = \frac{-5 + y_2}{2} = 1 \quad z = \frac{1 + z_2}{2} = 3$$

$$2 + x_2 = -4$$

$$-5 + y_2 = 2$$

$$1 + z_2 = 6$$

$$x_2 = -4 - 2$$

$$y_2 = 2 + 5$$

$$z_2 = 6 - 1$$

$$x_2 = -6$$

$$y_2 = 7$$

$$z_2 = 5$$

$$D(-6; 7; 5)$$

6. (2 бали) Модуль вектора  $\vec{a}(x; -3; 6)$  дорівнює 7. Знайдіть  $x$ .

$$\vec{a}(x; -3; 6), |\vec{a}| = 7$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + (-3)^2 + 6^2} = 7^2$$

$$x^2 + 9 + 36 = 49$$

$$x^2 + 45 = 49$$

$$x^2 = 49 - 45$$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -2$$

$$\vec{a}(2; -3; 6) \text{ або } \vec{a}(-2; -3; 6).$$

7. (2 бали) Дано вектори  $\vec{a}(0; y; -3)$  та  $\vec{b}(-2; 3; 0)$ . Знайдіть  $y$ , якщо відомо, що вектори  $a$  і  $b$  – перпендикулярні.

$$\vec{a}(0; y; -3), \vec{b}(-2; 3; 0), \vec{a} \perp \vec{b}$$

Якщо  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , то  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \cdot (-2) + 3 \cdot y + 0 \cdot (-3) = 0$$

$$0 + 3y + 0 = 0$$

$$3y = 0$$

$$y = 0$$

$$\vec{a}(0; 0; -3).$$

Додаткове завдання (одне на вибір).

8(1). (3 бали) На осі абсцис знайдіть усі точки, відстань від яких до точки  $M(-2; 3; 4)$  дорівнює 7.

$M(-2; 3; 4), N(x; y; z), |MN| = 7.$

Якщо  $N \in O_z$ , то координати  $x$  та  $y$  дорівнюють 0. Плоді  $N(0; 0; z).$

$$|MN| = \sqrt{(0 - (-2))^2 + (0 - 3)^2 + (z - 4)^2} = 7^2$$

$$4 + 9 + z^2 - 8z + 16 = 49$$

$$z^2 - 8z - 20 = 0$$

$$D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 64 + 80 = 144$$

$$z_1 = \frac{8 - \sqrt{144}}{2 \cdot 1} = \frac{8 - 12}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$z_2 = \frac{8 + \sqrt{144}}{2 \cdot 1} = \frac{8 + 12}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

Отже,  $N_1(0; 0; -2), N_2(0; 0; 10).$

8(2). (3 бали) Дано точки  $A(0; -1; 2), B(3; 4; -1), C(x; y; z), D(4; -1; 3).$   
Знайдіть  $x, y, z$ , якщо  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}.$

$A(0; -1; 2), B(3; 4; -1), C(x; y; z), D(4; -1; 3).$

$$\overrightarrow{AB}(3 - 0; 4 - (-1); -1 - 2) = \overrightarrow{AB}(3; 5; -3).$$

Якщо  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ , то  $\overrightarrow{CD}(3; 5; -3).$

$$\overrightarrow{CD}(4 - x; -1 - y; 3 - z).$$

$$C(1; -6; 6).$$

$$4 - x = 3$$

$$-x = 3 - 4$$

$$-x = -1$$

$$x = 1$$

$$-1 - y = 5$$

$$-y = 5 + 1$$

$$-y = 6$$

$$y = -6$$

$$3 - z = -3$$

$$-z = -3 - 3$$

$$-z = -6 \quad z = 6$$

8(3). (3 бали) Дано вектори  $\vec{c}(0; 0; -2)$  і  $\vec{d}(0; 1; 1).$  Знайдіть (у градусах) кут між даними векторами.

$$\vec{c}(0; 0; -2), \vec{d}(0; 1; 1).$$

Якщо  $\vec{c} \cdot \vec{d} = |\vec{c}| |\vec{d}| \cos \angle(\vec{c}; \vec{d})$ , то

$$\cos \angle(\vec{c}; \vec{d}) = \frac{|\vec{c}| |\vec{d}|}{\vec{c} \cdot \vec{d}}. \text{ Оскільки}$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-2)^2} = \sqrt{2}$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{2}, \text{ то}$$

$$\cos \angle(\vec{c}; \vec{d}) = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + (-2) \cdot 1} = \frac{\sqrt{4}}{0 + 0 - 2} = -\frac{2}{2} = -1$$

Отже,  $\angle(\vec{c}; \vec{d}) = 180^\circ$ .

### Варіант 1

1. (1 бал) Обрати точки, які належать площині  $xz$ .

1)  $(-2; 1; 2)$ ; 2)  $(0; -18; 0)$ ; 3)  $(1; -3; 0)$ ; 4)  $(-3; 0; 4)$ ; 5)  $(0; -7; 7)$ .

2. (1 бал) Точки  $A(-4; 2; 5)$  і  $B$  симетричні відносно точки

$M(2; -4; 1)$ . Знайдіть координати точки  $B$ .

1)  $(-2; -2; 6)$ ; 2)  $(-1; -1; 3)$ ; 3)  $(8; -10; -3)$ ; 4)  $(-3; 3; 2)$ ; 5)  $(8; 10; 3)$ .

3. (1 бал) Укажіть вектор, колінеарний вектору  $\vec{a}(-1; 0; 2)$ .

1)  $\vec{b}(-2; 4; 4)$ ; 2)  $\vec{c}(-2; 0; 4)$ ; 3)  $\vec{d}(-2; 0; -4)$ ; 4)  $\vec{e}(-3; 0; 5)$ ;

5)  $\vec{f}(-2; 0; 0)$ .

4. (1 бал) Знайдіть відстань між точками  $A(-2; 7; 4)$  і  $B(0; 1; -5)$ .

5. (1 бал) Точка  $C$  – середина відрізка  $AB$ ,  $A(-2; 7; 4)$ ,  $B(0; 1; -5)$ . Знайдіть координати точки  $C$ .

6. (2 бали) Модуль вектора  $\vec{a}(12; -4; z)$  дорівнює 13. Знайдіть  $z$ .

7. (2 бали) Дано вектори  $\vec{a}(0; y; -3)$  та  $\vec{b}(2; 2; 0)$ . Знайдіть  $y$ , якщо відомо, що вектори  $a$  і  $b$  – перпендикулярні.

### Додаткове завдання (одне на вибір).

8(1). (3 бали) На осі ординат знайдіть точку, рівновіддалену від точок  $A(3; 2; 3)$  та  $B(1; 3; 4)$ . У відповідь запишіть відстань від цієї точки до початку координат.

8(2). (3 бали) Дано точки  $A(4; 1; 6)$ ,  $B(5; 4; 4)$ ,  $C(-3; 2; 4)$ ,  $D(x; y; z)$ . Знайдіть  $x, y, z$ , якщо  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

8(3). (3 бали) Дано вектори  $\vec{c}(0; 3; 3)$  і  $\vec{d}(2; 0; -2)$ . Знайдіть (у градусах) кут між даними векторами.

## Варіант 2

- (1 бал) Обрати точки, які належать площині  $xу$ .  
1)  $(-2; 1; 2)$ ; 2)  $(0; -18; 0)$ ; 3)  $(1; -3; 0)$ ; 4)  $(-3; 0; 4)$ ; 5)  $(0; -7; 7)$ .
- (1 бал) Точки  $A(-2; 5; 1)$  і  $B(2; -7; 9)$  симетричні відносно точки  $M$ . Знайдіть координати точки  $M$ .  
1)  $(0; -1; 6)$ ; 2)  $(2; -1; 5)$ ; 3)  $(0; -1; 5)$ ; 4)  $(0; -2; 10)$ ; 5)  $(0; 1; 5)$ .
- (1 бал) Укажіть вектор, колінеарний вектору  $\vec{a}(6; -3; 0)$ .  
1)  $\vec{b}(3; -1; 0)$ ; 2)  $\vec{c}(2; -1; 0)$ ; 3)  $\vec{d}(2; -1; 1)$ ; 4)  $\vec{e}(12; 6; 0)$ ;  
5)  $\vec{f}(2; 1; 0)$ .
- (1 бал) Знайдіть відстань між точками  $A(-1; 2; 8)$  і  $B(-4; 0; 2)$ .
- (1 бал) Точка  $C$  – середина відрізка  $AB$ ,  $A(-1; 2; 8)$ ,  $B(-4; 0; 2)$ . Знайдіть координати точки  $C$ .
- (2 бали) Модуль вектора  $\vec{a}(-1; y - 2; 2)$  дорівнює 3. Знайдіть  $y$ .
- (2 бали) Дано вектори  $\vec{a}(x; 4; 0)$  та  $\vec{b}(3; 0; 3)$ . Знайдіть  $x$ , якщо відомо, що вектори  $a$  і  $b$  – перпендикулярні.

### Додаткове завдання (одне на вибір).

- (3 бали) На осі абсцис знайдіть точку, рівновіддалену від точок  $A(-1; 4; 2)$  та  $B(0; 2; 7)$ . У відповідь запишіть відстань від цієї точки до початку координат.
- (3 бали) Дано точки  $A(0; 8; 2)$ ,  $B(-2; 6; -6)$ ,  $C(5; 9; 7)$ ,  $D(x; y; z)$ . Знайдіть  $x, y, z$ , якщо  $\overline{AB} = \overline{CD}$ .
- (3 бали) Дано вектори  $\vec{c}(0; 3; 3)$  і  $\vec{d}(2; 0; -2)$ . Знайдіть (у градусах) кут між даними векторами.

## Варіант 3

- (1 бал) Обрати точки, які належать осі  $yz$ .
- (1 бал) Точки  $A(3; 2; 1)$  і  $B(3; 4; -1)$  симетричні відносно точки  $M$ . Знайдіть координати точки  $M$ .  
1)  $(3; 3; 0)$ ; 2)  $(0; 0; 8)$ ; 3)  $(7; 2; 5)$ ; 4)  $(0; 0; 0)$ ; 5)  $(1; -1; -3)$ .
- (1 бал) Укажіть вектор, колінеарний вектору  $\vec{a}(-3; 12; 3)$ .  
1)  $\vec{b}(1; -4; -1)$ ; 2)  $\vec{c}(2; -1; 0)$ ; 3)  $\vec{d}(2; -1; 1)$ ; 4)  $\vec{e}(12; 6; 0)$ ;  
5)  $\vec{f}(2; 1; 0)$ .
- (1 бал) Знайдіть відстань між точками  $A(4; -3; 1)$  і  $B(8; 1; 3)$ .
- (1 бал) Точка  $C$  – середина відрізка  $AB$ ,  $A(4; 6; 5)$ ,  $B(-2; 2; 5)$ . Знайдіть координати точки  $C$ .
- (2 бали) Модуль вектора  $\vec{a}(x; 7; 1)$  дорівнює  $\sqrt{59}$ . Знайдіть  $x$ .
- (2 бали) Дано вектори  $\vec{a}(2; m; 5)$  та  $\vec{b}(-4; 6; 2m)$ . Знайдіть  $m$ , якщо відомо, що вектори  $a$  і  $b$  – перпендикулярні.

**Додаткове завдання (одне на вибір).**

**8(1).** (3 бали) На осі абсцис знайдіть точку, рівновіддалену від точок  $A(-1; 4; 2)$  та  $B(0; 2; 7)$ . У відповідь запишіть відстань від цієї точки до початку координат.

**8(2).** (3 бали) Дано точки  $A(2; 1; 4)$ ,  $B(4; 2; 6)$ ,  $C(3; -2; 1)$ ,  $D(x; y; z)$ . Знайдіть  $x, y, z$ , якщо  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

**8(3).** (3 бали) Дано вектори  $\vec{c}(-2; 0; 2)$  і  $\vec{d}(0; 2; 2)$ . Знайдіть (у градусах) кут між даними векторами.

**Домашнє завдання:** повторити поняття многокутників, площі многокутників.

**Зворотній зв'язок:**

**E-mail** t.anastasia.igorivna@gmail.com