

29.11.2022

Група 22

Математика (геометрія)

Урок 9-10

Тема: Прямокутні координати в просторі. Формули координат середини відрізка та відстані між двома точками

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Прямокутною (декартовою) системою координат у просторі називають три попарно перпендикулярні координатні прямі зі спільним початком відліку (рис. 38.2). Точку, у якій перетинаються три координатні прямі, позначають буквою O . Її називають початком координат. Координатні прямі позначають буквами x , y і z , їх відповідно називають віссю абсцис, віссю ординат і віссю аплікат.

Площини, які проходять через пари координатних прямих x і y , x і z , y і z , називають координатними площинами, їх відповідно позначають xy , xz , yz (рис. 38.3).

Простір, у якому задано систему координат, називають координатним простором. Якщо осі координат позначено буквами x , y , z , то координатний простір позначають xyz .

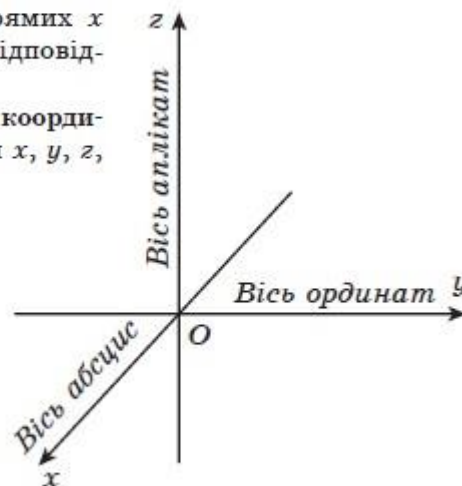


Рис. 38.2

Аналогічно кожній точці M координатного простору ставиться у відповідність упорядкована трійка чисел $(x; y; z)$, яку визначають таким чином. Проведемо через точку M три площини α , β і γ перпендикулярно до осей x , y і z відповідно. Точки перетину цих площин з координатними осями позначимо M_x , M_y і M_z (рис. 38.4). Координату точки M_x на осі x називають абсцисою точки M і позначають буквою x . Координату точки M_y на осі y називають ординатою точки M і позначають буквою y . Координату точки M_z на осі z називають аплікатою точки M і позначають буквою z .

Отриману таким чином упорядковану трійку чисел $(x; y; z)$ називають координатами точки M у просторі. Записують: $M(x; y; z)$.

Теорема 38.1. Відстань між двома точками $A(x_1; y_1; z_1)$ і $B(x_2; y_2; z_2)$ можна знайти за формулою

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

Теорема 38.2. Кожна координата середини відрізка дорівнює півсумі відповідних координат його кінців, тобто серединою відрізка з кінцями в точках $A(x_1; y_1; z_1)$ і $B(x_2; y_2; z_2)$ є точка

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2}\right).$$

38.1.° Визначте, чи лежить дана точка на координатній осі, і в разі ствердної відповіді вкажіть цю вісь:

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1) $A(4; -3; 0)$; | 3) $C(-6; 0; 0)$; | 5) $E(0; 0; -2)$; |
| 2) $B(1; 0; -5)$; | 4) $D(0; 7; 0)$; | 6) $F(3; 0; 0)$. |

- 1) $A(4; -3; 0)$ - не лежить;
 2) $B(1; 0; -5)$ - не лежить;
 3) $C(-6; 0; 0)$ - на осі Ox ;
 4) $D(0; 7; 0)$ - на осі Oy ;
 5) $E(0; 0; -2)$ - на осі Oz ;
 6) $F(3; 0; 0)$ - на осі Ox .

38.3.° Якою є відстань від точки $M(4; -5; 2)$ до координатної площини:

- | | | |
|-----------|-----------|-----------|
| 1) xy ; | 2) xz ; | 3) yz ? |
|-----------|-----------|-----------|

- 1) 2; 2) 5; 3) 4.

38.5.° Знайдіть відстань між точками A і B, якщо:

1) A (3; -4; 2), B (5; -6; 1); 2) A (-2; 3; 1), B (-3; 2; 0).

$$1) AB = \sqrt{(5-3)^2 + (-6+4)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3;$$

$$2) AB = \sqrt{(-3+2)^2 + (2-3)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}.$$

38.7.° Знайдіть координати середини відрізка CD, якщо C (-2; 6; -7),

D (4; -10; -3).

Нехай M - середина CD. Тоді M (x₀; y₀; z₀).

$$x_0 = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1; y_0 = \frac{-10+6}{2} = \frac{-4}{2} = -2; z_0 = \frac{-7-3}{2} = \frac{-10}{2} = -5.$$

$$M (1; -2; -5).$$

38.17.° Точки A (3; -2; 6) і C (-1; 2; -4) є вершинами квадрата ABCD. Знайдіть площу цього квадрата.

$$A (3; -2; 6), C (-1; 2; -4).$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC.$$

$$AC = \sqrt{(-1-3)^2 + (2+2)^2 + (-4-6)^2} = \sqrt{16+16+100} = \sqrt{132} = 2\sqrt{33}.$$

Нехай AB = x, тоді BC = AB = x. За теоремою Піфагора:

$$x^2 + x^2 = (\sqrt{132})^2$$

$$2x^2 = 132$$

$$x^2 = 66$$

$$x = \sqrt{66} - AB = BC.$$

$$S_{ABCD} = (\sqrt{66})^2 = 66 \text{ (кв. од.)}$$

$$\text{Відповідь: } S_{ABCD} = 66 \text{ кв. од.}$$

38.20.° Відстань між точками A (1; y; 3) і B (3; -6; 5) дорівнює $2\sqrt{6}$.

Знайдіть значення y.

$$\sqrt{38.20.} \quad A(1; y; 3), B(3; -6; 5), AB = 2\sqrt{6}.$$

$$(\sqrt{(3-1)^2 + (-6-y)^2 + (5-3)^2})^2 = (2\sqrt{6})^2$$

$$2^2 + (-6)^2 - 2 \cdot (-6) \cdot y + 2^2 = 4 \cdot 6$$

$$12y + 4 + 36 + 4 = 24$$

$$12y + 44 = 24$$

$$12y = 24 - 44$$

$$\text{Відповідь: } y = -1 \frac{2}{3}$$

$$12y = -20$$

$$y = \frac{-20}{12}$$

$$y = -\frac{5}{3} = -1 \frac{2}{3}$$

Домашнє завдання: пройти тест за посиланням
<https://forms.gle/CcsUguPbhWZ3GXaM6>.

Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com