

02.03.2023

Група 34

Математика (алгебра)

Урок 29

Тема: Застосування визначеного інтеграла

Мета уроку

- Узагальнити поняття «первісна» та «інтеграл»;
- Закріпити набуті навички у застосування визначеного інтеграла до розв'язування задач геометричного та фізичного змісту;
- з'ясувати де і для чого потрібен інтеграл.
- Сприяти розвитку в учнів вміння застосовувати отримані знання, аналізувати і узагальнювати отриману інформацію.

Матеріали до уроку:

1.

$$\int_1^2 \sqrt{x} dx = \left[\frac{2}{3} x^{3/2} \right]_1^2 = \frac{2}{3} \left(2\sqrt{2} - 1 \right)$$

2.



3. Знайти об'єм тіла, утвореного при обертанні навколо осі абсцис криволінійної трапеції, обмеженої лініями: $y = 3x$, $y = 0$, $x = 2$.

$$S = \int_0^2 (3x)^2 dx = 9 \int_0^2 x^2 dx = 9 \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^2 = 9 \cdot \frac{8}{3} = 24 \text{ од.}^2$$

Відповідь: $24\pi \text{ од.}^3$

4.



5. Знайти площу фігури, обмеженої лініями:

$$f(x) = -x^2 + 4, y = 4 - x.$$

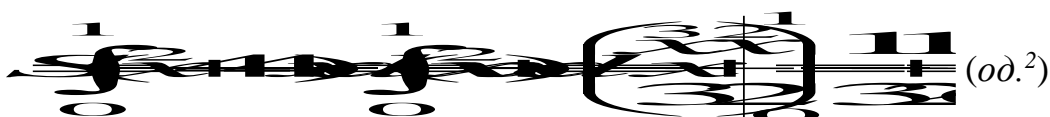
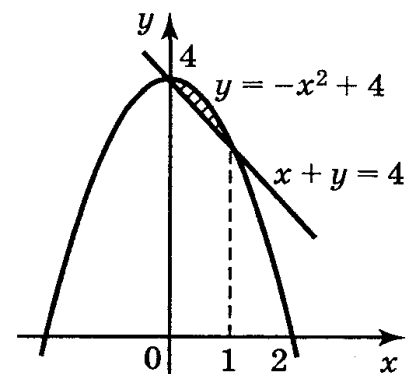
1) Знайдемо межі інтегрування:

$$-x^2 + 4 = 4 - x;$$

$$x^2 - x = 0;$$

$$x(x - 1) = 0;$$

$$x_1 = 0, x_2 = 1.$$



Відповідь: $\frac{1}{6} \text{ од.}^2$

6. Тіло рухається за законом $v(t) = 2t + 3$ (вимірюється у м/с) Знайдіть час, за який тіло перемістилось на 36м від початку руху

$$s(t) = \int_0^t v(t) dt = \int_0^t (2t + 3) dt = 2 \cdot \frac{t^2}{2} + 3t = t^2 + 3t$$

$$t^2 + 3t = 36; \quad t^2 + 3t - 36 = 0; \quad t_1 = 6 \text{ с}, \quad t_2 = -9 - \text{ст. к.}$$

Відповідь: 6 с.

7. Знайти площу фігури, обмеженої лініями:

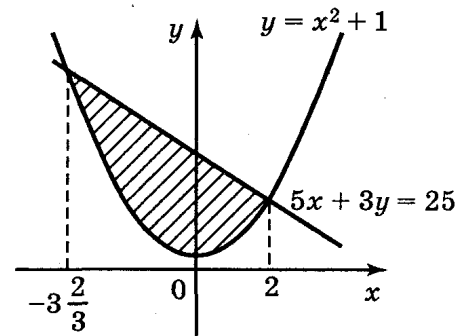
$$f(x) = x^2 + 1, \quad 5x + 3y = 25.$$

Знайдемо абсциси точок перетину ліній

$$y = x^2 + 1 \text{ і } y = \frac{25 - 5x}{3} :$$

$$x^2 + 1 = \frac{25 - 5x}{3}; \quad 3x^2 + 3 = 25 - 5x;$$

$$3x^2 + 5x - 22 = 0; \quad x_1 = 2; \quad x_2 = -3\frac{2}{3}.$$



$$\int_{-3\frac{2}{3}}^2 \left(\frac{25 - 5x}{3} - (x^2 + 1) \right) dx = \int_{-3\frac{2}{3}}^2 \left(\frac{25 - 5x - 3x^2 - 3}{3} \right) dx = \int_{-3\frac{2}{3}}^2 \left(\frac{-3x^2 - 5x + 22}{3} \right) dx = \left[-\frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{6} + \frac{22x}{3} \right]_{-3\frac{2}{3}}^2 = \left(-\frac{8}{3} - \frac{10}{3} + \frac{44}{3} \right) - \left(-\frac{27}{3} - \frac{100}{3} + \frac{154}{3} \right) = \frac{30}{3} = 10 \text{ (од.}^2\text{)}$$

Відповідь: $30 \frac{53}{162} \text{ од.}^2$