

02.03.2023

Група 35

Математика (алгебра)

Урок 33

Тема: Застосування визначеного інтеграла

Мета уроку

- Узагальнити поняття «первісна» та «інтеграл»;
- Закріпити набуті навички у застосування визначеного інтеграла до розв'язування задач геометричного та фізичного змісту;
- з'ясувати де і для чого потрібен інтеграл.
- Сприяти розвитку в учнів вміння застосовувати отримані знання, аналізувати і узагальнювати отриману інформацію.

**Матеріали до уроку:**

1.

$$\int_1^2 \sqrt{x} dx = \left[ \frac{2}{3} x^{3/2} \right]_1^2 = \frac{2}{3} \left( 2\sqrt{2} - 1 \right)$$

2.



3. Знайти об'єм тіла, утвореного при обертанні навколо осі абсцис криволінійної трапеції, обмеженої лініями:  $y = 3x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$ .

$$S = \int_0^2 (3x)^2 dx = 9 \int_0^2 x^2 dx = 9 \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = 9 \cdot \frac{8}{3} = 24 \text{ од.}^3$$

Відповідь:  $24\pi \text{ од.}^3$

4.



5. Знайти площу фігури, обмеженої лініями:

$$f(x) = -x^2 + 4, y = 4 - x.$$

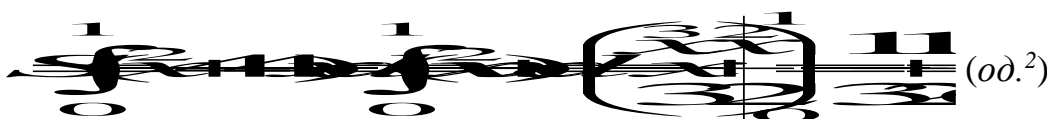
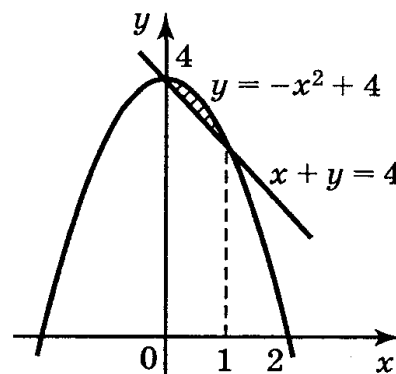
1) Знайдемо межі інтегрування:

$$-x^2 + 4 = 4 - x;$$

$$x^2 - x = 0;$$

$$x(x - 1) = 0;$$

$$x_1 = 0, x_2 = 1.$$



Відповідь:  $\frac{1}{6} \text{ од.}^2$

6. Тіло рухається за законом  $v(t) = 2t + 3$  (вимірюється у м/с) Знайдіть час, за який тіло перемістилось на 36м від початку руху

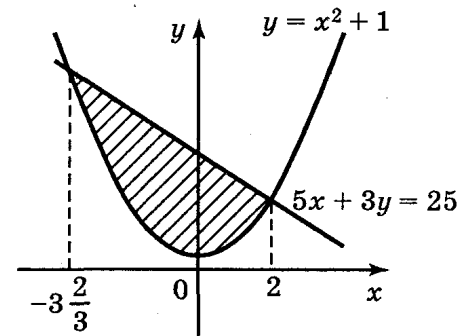
$$s(t) = \int_0^t v(t) dt = \int_0^t (2t + 3) dt = 2 \cdot \frac{t^2}{2} + 3t = t^2 + 3t$$

$$t^2 + 3t = 36; \quad t^2 + 3t - 36 = 0; \quad t_1 = 6 \text{ с}, \quad t_2 = -9 - \text{ст. к.}$$

Відповідь: 6 с.

7. Знайти площу фігури, обмеженої лініями:

$$f(x) = x^2 + 1, \quad 5x + 3y = 25.$$



Знайдемо абсциси точок перетину ліній

$$y = x^2 + 1 \text{ і } y = \frac{25 - 5x}{3} :$$

$$x^2 + 1 = \frac{25 - 5x}{3}; \quad 3x^2 + 3 = 25 - 5x;$$

$$3x^2 + 5x - 22 = 0; \quad x_1 = 2; \quad x_2 = -3\frac{2}{3}.$$

$$\int_{-2/3}^2 (25 - 5x - 3x^2 - 3) dx = \int_{-2/3}^2 (22 - 5x - 3x^2) dx = \left[ 22x - \frac{5x^2}{2} - x^3 \right]_{-2/3}^2 = \left( 44 - \frac{5 \cdot 4}{2} - 8 \right) - \left( -\frac{44}{3} + \frac{10}{9} - \frac{8}{27} \right) = 36 - \frac{44}{3} + \frac{10}{9} - \frac{8}{27} = \frac{324 - 132 + 32 - 8}{27} = \frac{216}{27} = 8 \text{ (од.}^2\text{)}$$

Відповідь:  $30 \frac{53}{162}$  од.<sup>2</sup>