

14.03.2023

Група 12

Математика (алгебра)

Урок 34-35

Тема: Контрольна робота №2 «Тригонометричні функції»

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Розподіл варіантів: 1-6 в списку – 1 варіант, 7-12 в списку – 2 варіант, 13-18 в списку – 3 варіант, 19-24 в списку – 4 варіант, 25-30 в списку – 5 варіант.

Варіант 0

1. (0,5 бали) Перевести градуси в радіани: 140° .

$$140^\circ = \frac{140^\circ}{180} \cdot \frac{\pi}{1} = \frac{7\pi}{9} \text{ рад}$$

2. (0,5 бали) Перевести радіани в градуси: $\frac{5\pi}{3}$.

$$\frac{5\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = 300^\circ$$

3. (1 бал) Знайдіть значення $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, якщо α дорівнює (використати формули зведення): 135° .

$$\begin{aligned}\sin 135^\circ &= \sin(90^\circ + 45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos 135^\circ &= \cos(90^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \operatorname{tg} 135^\circ &= \operatorname{tg}(90^\circ + 45^\circ) = -\operatorname{ctg} 45^\circ = -1 \\ \operatorname{ctg} 135^\circ &= \operatorname{ctg}(90^\circ + 45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1\end{aligned}$$

4. (1 бал) Обчислити: $\frac{\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}}{\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}} - \sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}$.

$$\begin{aligned}\frac{\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}}{\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}} - \sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4} &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} - \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{(\sqrt{2})^2}{2} = \\ &= 1 - \frac{2}{2} = 1 - 1 = 0.\end{aligned}$$

5. (2 бал) Розв'язати тригонометричне рівняння: $\cos\frac{x}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$\cos\frac{x}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{x}{5} = \pm \arccos\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n$$

$$x_1 = 5\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n\right) \quad x_2 = -5\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n\right)$$

$$\text{Відповідь: } x_{1,2} = \pm 5\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n\right), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

6. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння (звести до квадратного рівняння): $\sin^2 x - \sin x - 2 = 0$.

$$\sin^2 x - \sin x - 2 = 0$$

Нехай $\sin x = t$. Тоді $t^2 - t - 2 = 0$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9$$
$$\sqrt{D} = 3$$

$$t_1 = \frac{1-3}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$t_2 = \frac{1+3}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$$

Оскільки $t = \sin x$, то

$$\sin x = -1$$

$$\sin x = 2$$

$$x = (-1)^n \arcsin(-1) + \pi n$$

Немає корешів.

$$x = (-1)^n \cdot \frac{3\pi}{2} + \pi n$$

Відповідь: $x = (-1)^n \cdot \frac{3\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

7. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння: $2\sin^2 x - \sin x = 0$.

$$2\sin^2 x - \sin x = 0$$

Нехай $\sin x = t$. Тоді $2t^2 - t = 0$

$$t(2t-1) = 0$$

$$t_1 = 0$$

$$2t-1=0$$

$$2t=1$$

$$t_2 = \frac{1}{2}$$

Оскільки $t = \sin x$, то

$$\sin x = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = 0 + \pi n$$

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n$$

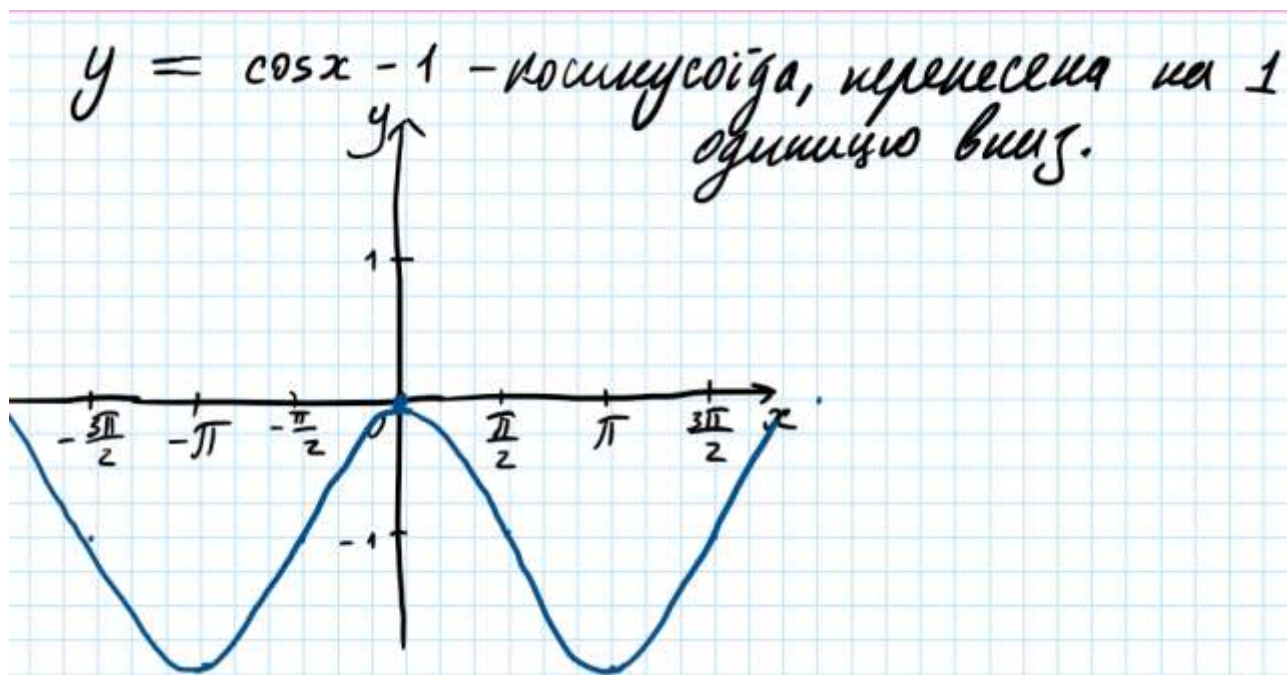
$$x_1 = \pi n$$

$$x_2 = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$$

Відповідь: $x_1 = \pi n; x_2 = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Додаткове завдання (на вибір):

8 (1). (3 бали) Побудуйте графік функції $y = \cos x - 1$.



8(2). (3 бали) Доведіть тотожність: $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$.

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} &= \frac{\operatorname{tg} \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha) + \operatorname{tg} \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha)}{(1 + \operatorname{tg} \alpha)(1 - \operatorname{tg} \alpha)} = \\ &= \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha \end{aligned}$$

8(3). (3 бали) Розв'яжіть рівняння: $1 - \cos 6x = \sin 3x$.

$$\begin{aligned}1 - \cos 6x &= \sin 3x \\1 - \cos 2 \cdot 3x &= \sin 3x \\1 - 1 + 2 \sin^2 3x &= \sin 3x \\2 \sin^2 3x - \sin 3x &= 0\end{aligned}$$

Нехай $\sin 3x = t$, тоді $2t^2 - t = 0$

$$t(2t - 1) = 0$$
$$t_1 = 0 \quad 2t - 1 = 0$$
$$2t = 1$$
$$t_2 = \frac{1}{2}$$

Оскільки $\sin 3x = t$, то $\sin 3x = 0$ і $\sin 3x = \frac{1}{2}$

$$3x = \pi n \quad 3x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$$
$$x = \frac{\pi n}{3} \quad x_2 = \frac{(-1)^n \pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь: $x_1 = \frac{\pi n}{3}; x_2 = \frac{(-1)^n \pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}.$

Варіант 1

- (0,5 бали) Перевести градуси в радіани: 75° .
- (0,5 бали) Перевести радіани в градуси: $\left(\frac{4}{3}\pi\right)$.
- (1 бал) Знайдіть значення $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, якщо α дорівнює (використати формули зведення): 150° .
- (1 бал) Обчислити $\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}} - \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4}$.
- (2 бал) Розв'язати тригонометричне рівняння: $\sin \frac{2x}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння (звести до квадратного рівняння): $\sin^2 x - 4 \sin x - 5 = 0$.
- (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння: $\cos^2 x - 2 \cos x = 0$

Додаткове завдання (на вибір):

8(1). (3 бали) Побудуйте графік функції $y = \operatorname{tg}(x - 1)$.

8(2). (3 бали) Доведіть тотожність: $4 \cos \alpha \cdot \cos(60^\circ - \alpha) \cdot \cos(60^\circ + \alpha) = \cos 3\alpha$.

8(3). (3 бали) Розв'яжіть рівняння: $\sin 2x - 4\cos x = 0$.

Варіант 2

1. (0,5 бали) Перевести градуси в радіани: 168° .
2. (0,5 бали) Перевести радіани в градуси: $\left(\frac{7}{3}\pi\right)$.
3. (1 бал) Знайдіть значення $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, якщо α дорівнює(використати формули зведення): 210° .
4. (1 бал) Обчислити $\frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}}{\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}} - \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4}$.
5. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння: $\operatorname{tg} \frac{x}{4} = \sqrt{3}$.
6. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння (звести до квадратного рівняння): $\cos^2 x + \cos x - 2 = 0$.
7. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння: $2\sin^2 x + \sqrt{2} \sin x = 0$

Додаткове завдання (на вибір):

- 8 (1).** (3 бали) Побудуйте графік функції $y = 2 - \operatorname{ctg}x$.
- 8(2).** (3 бали) Доведіть тотожність: $\sin^6\alpha + \cos^5\alpha + 3\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha = 1$.
- 8(3).** (3 бали) Розв'яжіть рівняння: $\operatorname{tg}x = \operatorname{ctg}x$.

Варіант 3

1. (0,5 бали) Перевести градуси в радіани: -64° .
2. (0,5 бали) Перевести радіани в градуси: $\left(\frac{9}{10}\pi\right)$.
3. (1 бал) Знайдіть значення $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, якщо α дорівнює(використати формули зведення): 225° .
4. (1 бал) Обчислити $\frac{\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}}{\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}} - \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}$.
5. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння: $\operatorname{ctg} \frac{2x}{5} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.
6. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння (звести до квадратного рівняння): $\cos^2 x + 5\cos x - 6 = 0$.
7. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння: $2\cos^2 x + \sqrt{2} \cos x = 0$

Додаткове завдання (на вибір):

8 (1). (3 бали) Побудуйте графік функції $y = \cos(1 - x)$.

8(2). (3 бали) Доведіть тотожність: $2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) + 1 = 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)$.

8(3). (3 бали) Розв'яжіть рівняння: $\frac{\cos x}{1 - \sin x} = 0$.

Варіант 4

1. (0,5 бали) Перевести градуси в радіани: 160° .

2. (0,5 бали) Перевести радіани в градуси: $\left(\frac{3}{5}\pi\right)$.

3. (1 бал) Знайдіть значення $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, якщо α дорівнює(використати формули зведення): 240° .

4. (1 бал) Обчислити $\frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}} - \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}$.

5. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння: $\sin(-5x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

6. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння (звести до квадратного рівняння): $4\cos^2 x + 4\cos x - 3 = 0$.

7. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння: $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x = 0$

Додаткове завдання (на вибір):

8 (1). (3 бали) Побудуйте графік функції $y = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$.

8(2). (3 бали) Доведіть тотожність: $\sin(112^\circ - \alpha) + \cos(\alpha + 158^\circ) = 0$.

8(3). (3 бали) Розв'яжіть рівняння: $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 0$.

Варіант 5

1. (0,5 бали) Перевести градуси в радіани: 56° .

2. (0,5 бали) Перевести радіани в градуси: $\left(\frac{7}{10}\pi\right)$.

3. (1 бал) Знайдіть значення $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, якщо α дорівнює(використати формули зведення): 300° .

4. (1 бали) Обчислити $\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}} - \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4}$.

5. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння: $\cos(-3x) = -1$.

6. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння (звести до квадратного рівняння): $4 \cos^2 x - \cos x - 3 = 0$.

7. (2 бали) Розв'язати тригонометричне рівняння: $2 \sin x \cos x = \cos x$

Додаткове завдання (на вибір):

8 (1). (3 бали) Побудуйте графік функції $y = \operatorname{tg} x + 2$.

8(2). (3 бали) Доведіть тотожність: $4 \cos \alpha \cdot \cos(60^\circ - \alpha) \cdot \cos(60^\circ + \alpha) = \cos 3\alpha$.

8(3). (3 бали) Розв'яжіть рівняння: $\sin x + \cos x = -\sqrt{2}$.

Домашнє завдання: повторити поняття функції, властивостей функції.

Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com