

16.01.2023

Група 34

Математика (геометрія)

Урок 17

Тема: Призма. Паралелепіед. Площа бічної і повної поверхні призми.

Розв'язання задач.

Мета:

**Розвивальна:** сприяти розвитку просторового мислення, оперування просторовими категоріями й поняттями; вмінь фіксувати та свідомо використовувати навчальну інформацію (загальні навчальні компетенції).

**Навчальна:** формування знань основних понять теми, навичок розпізнавання та зображення просторових тіл (призм і паралелепіедів) на площині; вмінь застосовувати властивості вивчених понять на практиці, при розв'язуванні типових задач (предметні компетенції).

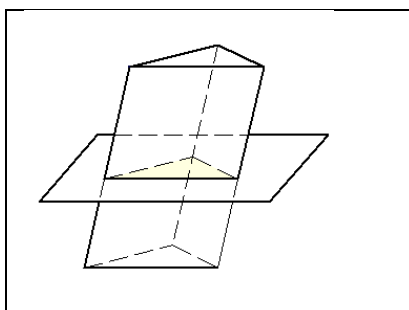
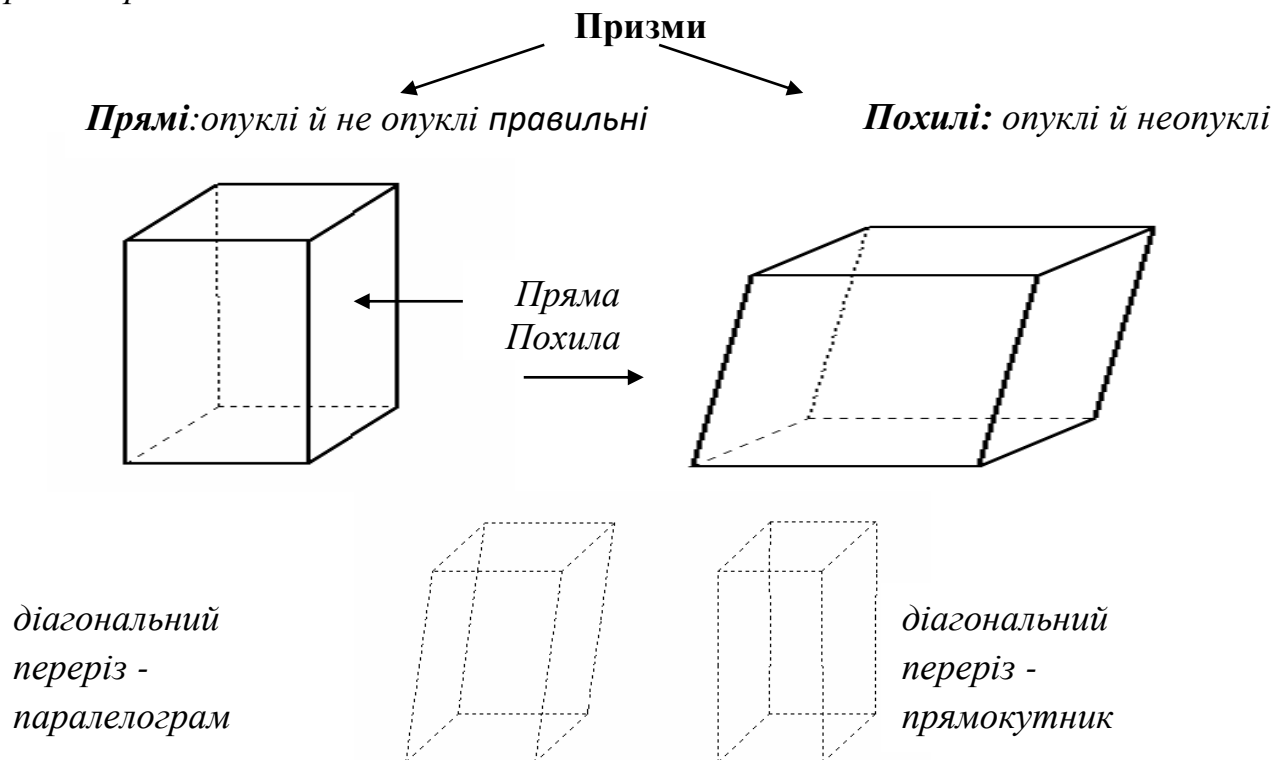
**Виховна:** сприяти вихованню цілеспрямованості, наполегливості у виконанні освітніх завдань, культури математичної мови та мислення, графічної культури, інтерес до вивчення математики (особистісні компетенції).

### Матеріали до уроку:

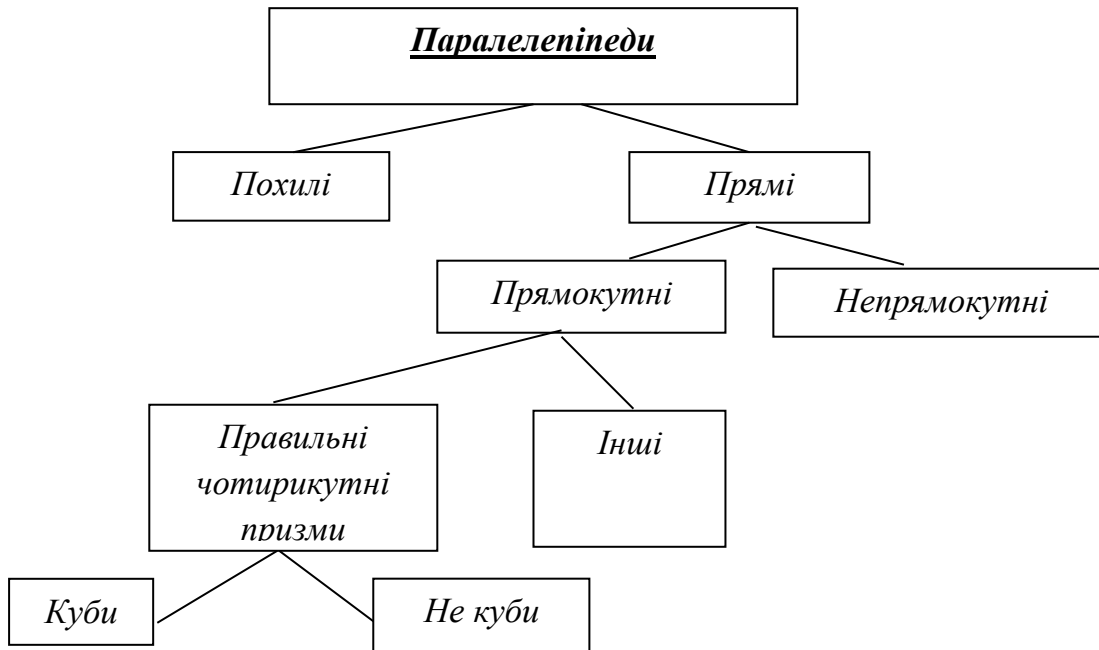
#### 1. Види многогранників.

##### Призми і паралелепіеди

**Призма** – многогранник, у якого дві грані – рівні  $n$ -кутники, а решта граней – паралелограми.



**Січна площина, паралельна основі, перетинає її по многокутнику, що дорівнює основі.**



**Паралелепіпед** - *призма, основа якої паралелограм.*

**Прямий паралелепіпед** – *такий, бічні ребра якого перпендикулярні основі.*

**Прямокутний паралелепіпед** – *той, в якого всі грані – прямокутники.*

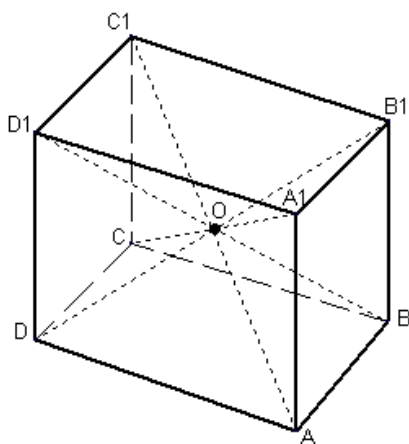
**Довжини трьох ребер прямокутного паралелепіпеда називають вимірами цього прямокутного паралелепіпеда.**

**Куб** – *прямокутний паралелепіпед, усі три виміри якого рівні.*

## 2. Теорема про властивості паралелепіпедів

**Теорема 1:** *діагоналі паралелепіпеда перетинаються в одній точці і діляться цією точкою пополам.*

**Доведення:**



*Ребра  $AB$ ,  $A_1B_1$ ,  $DC$ ,  $D_1C_1$  паралельні й рівні, оскільки  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  – паралелепіпед, тоді  $ABC_1D_1$  і  $CDA_1B_1$  – паралелограми.*

*Нехай діагоналі  $ABC_1D_1$  і  $CDA_1B_1$  перетинаються в точках  $O$  і  $O_1$ , які є серединами відрізків  $AC_1$  і  $DB_1$ .*

*$AC_1$  і  $DB_1$  – діагоналі паралелограма  $ADC_1B_1$ , звідси точки  $O$  і  $O_1$  – збігаються. Таким чином, середина кожної діагоналі паралелепіпеда – одна й та сама точка  $O$ , що й треба було довести.*

**Властивість точки перетину діагоналей паралелепіпеда:**

*ця точка є центром симетрії паралелепіпеда.*

**Теорема 2:** *квадрат діагоналі прямокутного паралелепіпеда дорівнює сумі квадратів трьох його вимірів:*

$$\underline{d^2 = a^2 + b^2 + c^2}$$

### 3. Обчислення площ поверхонь призми і паралелепіпедів

Вид многогранника	Сбічн	Сновн
Призма похила Паралелепіпед	Сума площ бічних граней	$S_n = S_b + 2 S_o$ , де $S_b$ – площа бічної поверхні, $S_o$ – площа основи
Призма пряма Прямокутний пар-д	$S_b = Ph$ , де $P$ – периметр основи $h$ – висота прямої призми (прямокутного паралелепіпеда)	
куб	$S_b = 4a^2$ , де $a$ – ребро куба	$S_n = 8a^2$ , де $a$ – ребро куба

## Виконаємо разом

- 1) Площа поверхні правильної чотирикутної призми дорівнює  $40 \text{ см}^2$ , а площа бічної поверхні —  $32 \text{ см}^2$ . Знайдіть висоту призми.

**Розв'язання.** Площі двох основ призми дорівнюють  $40 - 32 = 8 \text{ (см}^2\text{)}$ , а однієї —  $4 \text{ см}^2$ . Тому сторона основи дорівнює  $2 \text{ см}$ . Площа однієї бічної грані  $32 : 4 = 8 \text{ (см}^2\text{)}$ . Якщо висота призми дорівнює  $h$ , то  $2h = 8$ , звідки  $h = 4 \text{ (см)}$ .

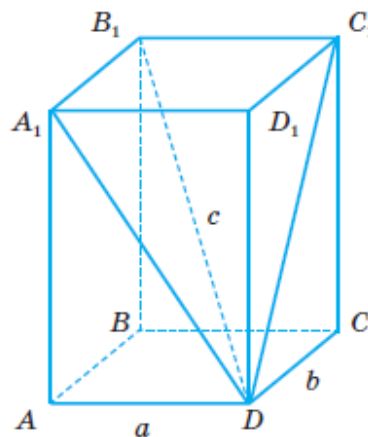
- 2) Знайдіть площу поверхні прямокутного паралелепіпеда, діагональ якого дорівнює  $5\sqrt{10} \text{ см}$ , а діагоналі бічних граней —  $13 \text{ см}$  і  $15 \text{ см}$ .

**Розв'язання.** Нехай  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямокутний паралелепіпед, у якого  $DB_1 = 5\sqrt{10} \text{ см}$ ,  $DC_1 = 13 \text{ см}$ ,  $DA_1 = 15 \text{ см}$  (мал. 133). Позначимо виміри паралелепіпеда  $AD = a$ ,  $DC = b$ ,  $DD_1 = c$ .

Тоді за теоремою Піфагора  $DC_1^2 = b^2 + c^2$ ,  
 $DA_1^2 = a^2 + c^2$  і  $DB_1^2 = a^2 + b^2 + c^2$ . Отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 250, \\ b^2 + c^2 = 169, \\ a^2 + c^2 = 225. \end{cases}$$

Віднявши від першого рівняння друге і третє, отримаємо:  $a^2 = 81$  і  $b^2 = 25$ , тоді  $c^2 = 144$ . Отже,  $AD = 9 \text{ см}$ ,  $DC = 5 \text{ см}$ ,  $DD_1 = 12 \text{ см}$ . Тоді  $S_o = P_{\text{осн}} \cdot h = 2(5 + 9) \cdot 12 = 336 \text{ (см}^2\text{)}$ .  
 $S_n = S_o + 2S_{\text{осн}}$ . Оскільки  $S_{\text{осн}} = 5 \cdot 9 = 45 \text{ (см}^2\text{)}$ , то  $S_n = 336 + 2 \cdot 45 = 426 \text{ (см}^2\text{)}$ .



Мал. 133

Домашня робота:

ст. 155, №617, 621, 623

Зворотній зв'язок

E-mail [vitasergiivna1992@gmail.com](mailto:vitasergiivna1992@gmail.com)