

17.01.2023

Група 31

Математика (геометрія)

Урок 38

Тема: Розв'язування вправ

Мета: узагальнення знань та вмінь за темою «Тіла обертання»

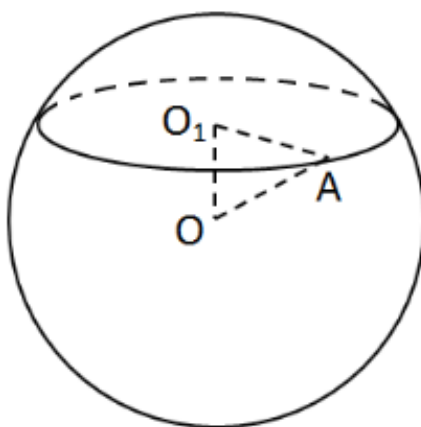
Матеріали до уроку:

Задача 1

Переріз кулі площиною має площу $81\pi \text{ см}^2$. Знайдіть відстань від центра кулі до площини перерізу, якщо радіус кулі дорівнює 15 см.

А	Б	В	Г	Д
6 см	8 см	9 см	12 см	15 см

Це завдання перевіряє вміння застосовувати властивості кулі до розв'язування стереометричних задач, уміння знаходити відстані та кути у просторі.



$$S_{\text{перерізу}} = 81\pi \text{ см}^2,$$

$$S_{\text{перерізу}} = \pi \cdot O_1A^2 = 81\pi,$$

$$O_1A^2 = 81, \quad O_1A = 9 \text{ см}, \quad OA = 15 \text{ см}.$$

OO_1 – відстань від центра кулі точки O до перерізу, тому $OO_1 \perp O_1A$.

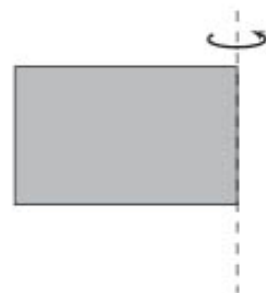
За теоремою Піфагора $OA^2 = OO_1^2 + O_1A^2$.

$$OO_1^2 = OA^2 - O_1A^2 = 225 - 81 = 144, \quad OO_1 = 12 \text{ см}.$$

Відповідь: Г.

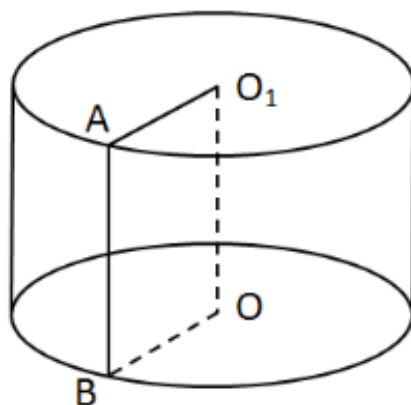
Задача 2

Прямокутник із сторонами 8 см і 10 см обертається навколо меншої сторони (див. рисунок). Знайдіть площу повної поверхні отриманого тіла обертання.



А	Б	В	Г	Д
$360\pi \text{ см}^2$	$160\pi \text{ см}^2$	$260\pi \text{ см}^2$	$288\pi \text{ см}^2$	$800\pi \text{ см}^2$

Це завдання перевіряє вміння застосовувати означення та властивості циліндра, знання формули площі бічної поверхні циліндра.



При обертанні прямокутника навколо меншої сторони отримуємо циліндр.
 $OO_1 = 8 \text{ см}$ – висота циліндра.

$$AB = OO_1 = 8 \text{ см}, OB = 10 \text{ см}.$$

$$S_{\text{бічної}} = 2\pi RH = 2\pi \cdot OB \cdot OO_1 = 2\pi \cdot 10 \cdot 8 = 160\pi \text{ см}^2.$$

$$S_{\text{основи}} = \pi R^2 = \pi \cdot OB^2 = \pi \cdot 100 = 100\pi \text{ см}^2.$$

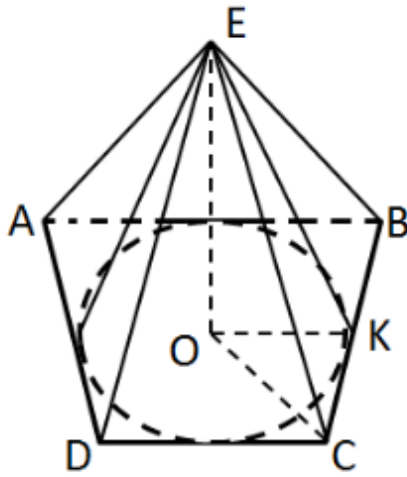
$$S_{\text{поверхні}} = S_{\text{бічної}} + 2 \cdot S_{\text{основи}} = 160\pi + 2 \cdot 100\pi = 360\pi \text{ см}^2.$$

Відповідь: А.

Задача 3

У чотирикутну піраміду, в основі якої лежить рівнобічна трапеція з бічною стороною 13 см і основами 18 см і 8 см, вписано конус. Знайдіть площу бічної поверхні конуса $S_{\text{бічне}}$ (у см^2), якщо всі бічні грані піраміди нахилені до площини основи під кутом 60° .

У відповіді запишіть значення $\frac{S_{\text{бічне}}}{\pi}$.

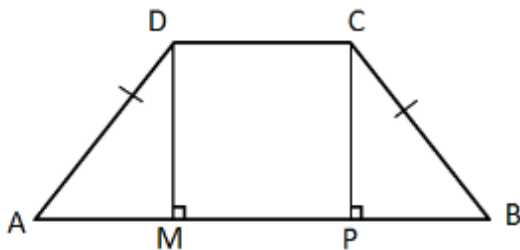


$EABCD$ – піраміда. У піраміду вписано конус, тому висота піраміди збігається з висотою конуса EO . Основа конуса – коло, вписане в трапецію. $OK \perp BC$ – радіус даного кола.

Усі бічні грані нахилені до основи під кутом 60° . OK – проекція похилої EK на площину (ABC) . Отже, за теоремою про три перпендикуляри, $EK \perp BC$. $(EKO) \perp BC$ (за ознакою перпендикулярності прямої та площини), тому $\angle EKO = 60^\circ$ – лінійний кут відповідного двогранного.

$AD = CB = 13$ см, $DC = 8$ см, $AB = 18$ см.

Проведемо висоти DM, CP .



$DC = MP = 8$ см, $AM = PB = (18 - 8) : 2 = 5$ см.

У $\triangle AMD$ ($\angle M = 90^\circ$) за теоремою Піфагора $AD^2 = DM^2 + AM^2$,

$DM = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ см.

Висота трапеції – діаметр вписаного кола. Отже, $r = \frac{DM}{2} = \frac{12}{2} = 6$ см.

У $\triangle EOK$ ($\angle O = 90^\circ$) $EK = \frac{OK}{\cos K} = \frac{6}{\cos 60^\circ} = 12$ см.

$S_{\text{бічне}} = \pi r l$, де r – радіус основи, l – твірна.

$r = OK = 6$ см, $l = EK = 12$ см.

$S_{\text{бічне}} = \pi \cdot 6 \cdot 12 = 72\pi$ см².

$\frac{S_{\text{бічне}}}{\pi} = \frac{72\pi}{\pi} = 72$.

Домашнє завдання:

Підготуватись до к/р

Повторити ст. 181-202