

21.03.2023

Група 22

Математика (алгебра)

Урок 33-34

Тема: Логарифмічні рівняння та нерівності

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Рівняння виду $\log_a x = b$, де $a > 0$, $a \neq 1$, називають **найпростішим логарифмічним рівнянням**. Це рівняння можна розв'язати, використовуючи означення логарифма.

Теорема 6.1. Якщо $a > 0$, $a \neq 1$, то рівняння виду

$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

рівносильне будь-якій із систем

$$\begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0, \end{cases} \quad \begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

Теорема 7.1. Якщо $a > 1$, то нерівність $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ рівносильна системі

$$\begin{cases} f(x) > g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

Якщо $0 < a < 1$, то нерівність $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ рівносильна системі

$$\begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > 0. \end{cases}$$

28. Розв'яжіть рівняння:

1) $\log_3(2x-5)=3$;

3) $\log_{\frac{1}{27}}(x^2-8x)=-\frac{2}{3}$;

2) $\log_{0,2}(x+4)=-2$;

4) $\log_7 \log_3 \log_2 x = 0$.

✓28 1) $\log_3(2x-5)=3$

ODЗ: $2x-5 > 0$

$$2x > 5$$

$$x > 2,5$$

$$2x-5=3^3$$

$$2x-5=27$$

$$2x=27+5$$

$$2x=32$$

$$x=16$$

Відповідь: $x=16$.

4) $\log_7 \log_3 \log_2 x = 0$

ODЗ: $x > 0$

$$\log_3 \log_2 x = 7^0$$

$$\log_3 \log_2 x = 1$$

$$\log_2 x = 3^1$$

$$x = 2^3$$

$$x = 8$$

Відповідь: $x=8$.

2) $\log_{0,2}(x+4)=-2$

ODЗ: $x+4 > 0$

$$x > -4$$

$$x+4 = 0,2^{-2}$$

$$x+4 = \left(\frac{2}{10}\right)^{-2}$$

$$x+4 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

$$x+4 = 5^2$$

$$x+4 = 25$$

$$x = 21$$

Відповідь: $x=21$

3) $\log_{\frac{1}{27}}(x^2-8x)=-\frac{2}{3}$

ODЗ: $x^2-8x > 0$

$$x(x-8) > 0$$



$$x \in (-\infty; 0) \cup (8; +\infty)$$

$$x^2-8x = \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$$

$$x^2-8x = 27^{\frac{2}{3}}$$

$$x^2-8x = \sqrt[3]{27^2}$$

$$x^2-8x = 3^2$$

$$x^2-8x-9=0$$

$$\begin{cases} x_1+x_2=8, & | \quad x_1=9 \\ x_1x_2=-9, & | \quad x_2=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1+x_2=8, & | \quad x_1=9 \\ x_1x_2=-9, & | \quad x_2=-1 \end{cases}$$

Відповідь: $x_1=9, x_2=-1$.

29. Розв'яжіть рівняння:

1) $\log_{12}(5x-6) = \log_{12}(x+2)$;

2) $\log_{0,6}(3x-4) = \log_{0,6}(2x-3)$;

$$1) \log_{12}(5x-6) = \log_{12}(x+2)$$

$$\text{ODЗ: } \begin{cases} 5x-6 > 0, \\ x+2 > 0; \end{cases} \begin{cases} 5x > 6, \\ x > -2 \end{cases} \begin{cases} x > 1,2, \\ x > -2. \end{cases} \quad x \in (1,2; +\infty).$$

$$5x-6 = x+2$$

$$5x-x = 2+6$$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

Відповідь: $x = 2$.

$$2) \log_{0,6}(3x-4) = \log_{0,6}(2x-3)$$

$$\text{ODЗ: } \begin{cases} 3x-4 > 0, \\ 2x-3 > 0; \end{cases} \begin{cases} 3x > 4, \\ 2x > 3; \end{cases} \begin{cases} x > 1\frac{1}{3}, \\ x > 1\frac{1}{2} \end{cases} \quad x \in (1\frac{1}{2}; +\infty)$$

$$3x-4 = 2x-3$$

$$x = 1$$

$$3x-2x = -3+4$$

Відповідь: $x = 1$.

30. Розв'яжіть рівняння:

1) $\log_3(x+1) + \log_3(x+3) = 1$;

2) $\log_4(x-2) = 1 - \log_4(x+1)$;

$$1) \log_3(x+1) + \log_3(x+3) = 1$$

$$\text{ODЗ: } \begin{cases} x+1 > 0, \\ x+3 > 0; \end{cases} \begin{cases} x > -1, \\ x > -3; \end{cases} \quad x \in (-1; +\infty).$$

$$\log_3(x+1)(x+3) = 1$$

$$x^2 + 3x + x + 3 = 3^1$$

$$x^2 + 4x + 3 - 3 = 0$$

$$x^2 + 4x = 0$$

$$x(x+4) = 0$$

$$x = 0 \quad x + 4 = 0$$

$x = -4$ - не задов. ODЗ.

Відповідь: $x = 0$.

$$2) \log_4(x-2) = 1 - \log_4(x+1)$$

$$\text{ODЗ: } \begin{cases} x-2 > 0; \\ x+1 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 2; \\ x > -1; \end{cases}$$



$$x \in (2; +\infty).$$

$$\log_4(x-2) + \log_4(x+1) = 1$$

$$\log_4(x-2)(x+1) = 1$$

$$x^2 + x - 2x - 2 = 4^1$$

$$x^2 - x - 2 - 4 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1; \\ x_1 x_2 = -6; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 3 \end{cases} \quad \text{не задов. ODЗ.} \\ \text{Відповідь: } x = 3.$$

31. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \log_3^2 x - 4 \log_3 x + 3 = 0;$$

$$2) \lg^2 x - \lg x^2 - 3 = 0;$$

$$1) \log_3^2 x - 4 \log_3 x + 3 = 0$$

$$\text{ODЗ: } x > 0$$

Нехай $\log_3 x = t$. Тоді

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 4, \\ t_1 t_2 = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 1 \end{cases}$$

Повертаємось до заміни:

$$\log_3 x = 3$$

$$\log_3 x = 1$$

$$x = 3^3$$

$$x = 3^1$$

$$x_1 = 27$$

$$x_2 = 3$$

Відповідь: $x_1 = 27; x_2 = 3$.

$$2) \lg^2 x - \lg x^2 - 3 = 0$$

$$\text{ODЗ: } x > 0$$

Нехай $\lg x = t$. Тоді

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 2, \\ t_1 t_2 = -3; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = -1 \end{cases}$$

Повертаємось до заміни:

$$\lg x = 3$$

$$\lg x = -1$$

$$x = 10^3$$

$$x = 10^{-1}$$

$$x_1 = 1000$$

$$x_2 = 0,1$$

Відповідь: $x_1 = 1000; x_2 = 0,1$.

34. Розв'яжіть нерівність:

$$1) \log_{15} x > \log_{15} 4;$$

$$3) \log_{0,3} x > \log_{0,3} 9;$$

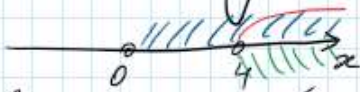
$$2) \log_{20} x < \log_{20} 2;$$

$$4) \log_{\frac{2}{7}} x < \log_{\frac{2}{7}} \frac{2}{3}.$$

$$1) \log_{15} x > \log_{15} 4$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0$$

$15 > 1$, тому $x > 4$.



Відповідь: $x \in (4; +\infty)$.

$$3) \log_{0,3} x > \log_{0,3} 9$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0$$

$0 < 0,3 < 1$, тому $x < 9$.



Відповідь: $x \in (0; 9)$.

$$2) \log_{20} x < \log_{20} 2$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0$$

$20 > 1$, тому $x < 2$.

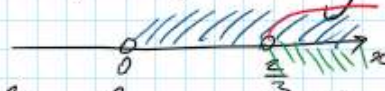


Відповідь: $x \in (0; 2)$.

$$4) \log_{\frac{2}{7}} x < \log_{\frac{2}{7}} \frac{2}{3}$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0$$

$0 < \frac{2}{7} < 1$, тому $x > \frac{2}{3}$.



Відповідь: $x \in (\frac{2}{3}; +\infty)$.

35. Розв'яжіть нерівність:

1) $\log_3 x > 2$;

2) $\log_8 x \leq 1$;

$$1) \log_3 x > 2$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0$$

$3 > 1$, тому $x > 3^2$
 $x > 9$



Відповідь: $x \in (9; +\infty)$.

$$2) \log_8 x \leq 1$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0$$

$8 > 1$, тому $x \leq 8^1$
 $x \leq 8$



Відповідь: $x \in (0; 8)$.

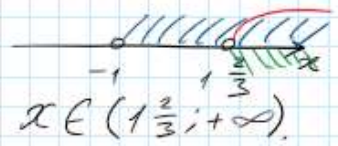
36. Розв'яжіть нерівність:

1) $\log_{0,7}(3x-5) < \log_{0,7}(x+1)$;

2) $\log_5(4x-3) > \log_5(3-2x)$;

$$1) \log_{0,7}(3x-5) < \log_{0,7}(x+1)$$

$$OD3: \begin{cases} 3x-5 > 0; \\ x+1 > 0; \end{cases} \begin{cases} 3x > 5 \\ x > -1; \end{cases} \begin{cases} x > 1\frac{2}{3} \\ x > -1; \end{cases}$$



$0 < 0,7 < 1$, тому $3x-5 > x+1$.

$$3x - x > 1 + 5$$

$$2x > 6$$

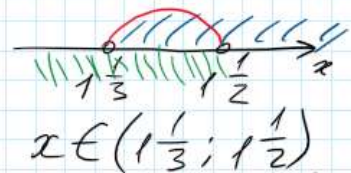
$$x > 3$$



Відповідь: $x \in (3; +\infty)$.

$$\log_5(4x-3) > \log_5(3-2x)$$

$$OD3: \begin{cases} 4x-3 > 0; \\ 3-2x > 0; \end{cases} \begin{cases} 4x > 3; \\ -2x > -3; \end{cases} \begin{cases} x > 1\frac{1}{3} \\ x < 1\frac{1}{2} \end{cases}$$



$5 > 1$, тому $4x-3 > 3-2x$

$$4x + 2x > 3 + 3$$

$$6x > 6$$

$$x > 1$$



Відповідь: $x \in (1\frac{1}{3}; 1\frac{1}{2})$.

Домашнє завдання: пройти тест за посиланням

<https://forms.gle/bv2dqGLhPSweBgc37>.

Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com