

26.01.2023

Група 34

Математика (алгебра)

Урок 19-20

Тема уроку: Розв'язування логарифмічних рівнянь та нерівностей.

Мета уроку: Систематизувати та узагальнити відомості, уміння і навички про логарифми, логарифмічні рівняння і нерівності, методи та способи їх розв'язування, розвивати логічне мислення, навички колективної та самостійної роботи, уміння розраховувати свої сили і оцінювати свої можливості, спонукати до взаємоконтролю; виховувати культуру математичної мови, самостійність, контролювати увагу на всіх етапах уроку.

Матеріали до уроку
Розв'язання типових вправ

№ 21.16 (1)

$$\log_{\sqrt{3}}(2^x - 3) + \log_{\sqrt{3}}(2^x - 1) = 2$$

$$\log_{\sqrt{3}}(2^x - 3)(2^x - 1) = \log_{\sqrt{3}} 3$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} (2^x - 3) > 0 & 2^x > 3 \\ 2^x - 1 > 0 \end{cases}$$

$$(2^x - 3)(2^x - 1) = 3$$

$$2^{2x} - 2^x - 3 * 2^x + 3 - 3 = 0$$

$$2^{2x} - 4 * 2^x = 0$$

$$2^x(2^x - 4) = 0$$

$$\begin{cases} 2^x = 0 \\ 2^x = 4, 2^x = 2^2, x=2 \end{cases}$$

Відповідь: 2

№ 21.20 (1)

$$\frac{2 \log_2 x}{\log_2(3-2x)} = 1$$

$$\frac{\log_2 x^2}{\log_2(3-2x)} = 1$$

$$\begin{cases} \log_2 x^2 = \log_2(3-2x) \\ x > 0 \\ 3-2x > 0 \\ \log_2(3-2x) \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 + 2x - 3 = 0 \\ 0 < x < \frac{3}{2} \\ 3 - 2x \neq 1 \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} x=-3 \\ x=1 \end{cases} \\ 0 < x < \frac{3}{2} \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Відповідь: коренів немає.

№ 22.22 (1)

$$\log_7 \log_5(x^2 - 2x - 3) \leq 0$$

$$\log_7 \log_5(x^2 - 2x - 3) \leq \log_7 1$$

$$\begin{cases} \log_5(x^2 - 2x - 3) \leq 1 \\ \log_5(x^2 - 2x - 3) > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \log_5(x^2 - 2x - 3) \leq \log_5 5 \\ \log_5(x^2 - 2x - 3) > \log_5 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \leq 5 \\ x^2 - 2x - 3 > 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 2x - 8 \leq 0 \\ x^2 - 2x - 4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq x \leq 4 \\ x < 1 - \sqrt{5} \\ x > 1 + \sqrt{5} \end{cases}$$

Приклад 1. Розв'яжіть нерівність $\log_5^2 x - \log_5 x > 2$.

Розв'язання

Нехай $\log_5 x = y$, тоді отримаємо нерівність $y^2 - y - 2 > 0$.

Розв'яжемо отриману нерівність методом інтервалів

(рис. 171): $y \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Враховуючи заміну матимемо:



Рис. 171

$$1) \log_5 x < -1; \log_5 x < \log_5 \frac{1}{5}; \begin{cases} x < \frac{1}{5} \\ x > 0 \end{cases}; x \in \left(0; \frac{1}{5}\right);$$

$$2) \log_5 x > 2; \log_5 x > \log_5 25; \begin{cases} x > 25 \\ x > 0 \end{cases}; x \in (25; +\infty). \text{ Отже, } \left(0; \frac{1}{5}\right) \cup (25; +\infty) -$$

розв'язок даної нерівності.

Відповідь: $\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup (25; +\infty)$.

Приклад 2. Розв'яжіть нерівність $\frac{2}{1 + \lg x} \geq 1$.

Розв'язання

Нехай $\lg x = y$, тоді матимемо нерівність

$$\frac{2}{1+y} \geq 1; y \neq -1; \frac{2}{1+y} - 1 \geq 0; \frac{2-1-y}{1+y} \geq 0; \frac{1-y}{1+y} \geq 0.$$

Розв'яжемо отриману нерівність методом інтервалів (рис. 172): $y \in (-1; 1]$.

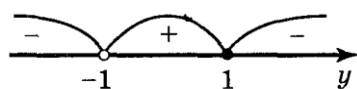


Рис. 172

Враховуючи заміну, отримаємо $-1 < \lg x \leq 1$.

$$\text{Тоді } \begin{cases} \lg x \leq 1, \\ \lg x > -1; \end{cases} \begin{cases} \lg x \leq \lg 10, \\ \lg x > \lg 0,1; \end{cases} \begin{cases} x \leq 10, \\ x > 0,1 \end{cases} \text{ отже, } x \in (0,1; 10]$$



Рис. 173

(рис. 173).

Відповідь: $(0,1; 10]$.

Приклад 3. Розв'яжіть нерівність $(3x - 6)\log_{0,5} x > 0$.

Розв'язання

Нехай $y = (3x - 6)\log_{0,5} x$, $y > 0$.

Область визначення функції y : $x > 0$.

Знайдемо нулі функції: $(3x - 6) \cdot \log_{0,5} x = 0$;

$$\begin{aligned} 3x - 6 = 0, \log_{0,5} x = 0; \\ x = 2, x = 1. \end{aligned}$$



Рис. 174

Розіб'ємо область визначення функції на проміжки точками 2 і 1 і знайдемо знаки функції на утворених проміжках (рис. 174). Отже, $x \in (1; 2)$.

Відповідь: $(1; 2)$.

Приклад 4. Розв'яжіть нерівність $\log_{x-3}(x-1) < 2$.

Розв'язання

Нехай $y = \log_{x-3}(x-1) - 2$ і $y < 0$. Область визначення функції знаходимо із

$$\text{системи: } \begin{cases} x-1 > 0, \\ x-3 > 0, \\ x-3 \neq 1; \end{cases} \begin{cases} x > 1, \\ x > 3, \\ x \neq 4; \end{cases} x \in (3; 4) \cup (4; +\infty).$$

Знайдемо нулі функції: $\log_{x-3}(x-1) = 2$; $x-1 = (x-3)^2$; $x-1 = x^2 - 6x + 9$; $x^2 - 7x + 10 = 0$; $x = 5$, $x = 2$. $x = 2$ — не входить в область визначення функції. Перевіркою переконуємося, що $x = 5$ — нуль функції.

Розіб'ємо область визначення функції на проміжки точкою 5 та знайдемо знаки функції на утворених проміжках (рис. 175).

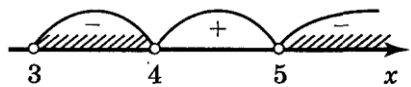


Рис. 175

Отже, $x \in (3; 4) \cup (5; +\infty)$.

Відповідь: $(3; 4) \cup (5; +\infty)$.

Приклад 5. Розв'яжіть нерівність $\log_3 x \leq 4 - x$ графічно.

Розв'язання

Побудуємо графіки функцій $y = \log_3 x$ і $y = 4 - x$ в одній системі координат. Графіки перетинаються в точці А з абсцисою $x = 3$ (рис. 176).

Із рисунка видно, що множина розв'язків нерівності $\log_3 x < 4 - x$ є проміжок $(0; 3]$.

Відповідь: $(0; 3]$.

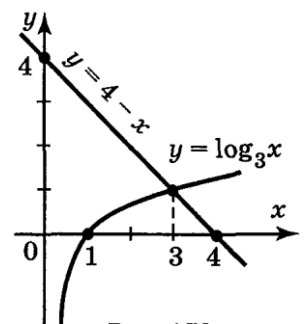


Рис. 176

Переглянемо відео ролик «3 історії розвитку логарифмів»

<https://www.youtube.com/watch?v=p90byJircpM>

Домашнє завдання.

Виконати завдання

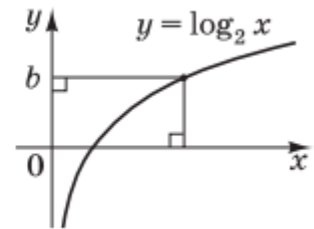
1. ЗНО- 2017

Укажіть проміжок, якому належить число $\log_2 9$.

А	Б	В	Г	Д
(0; 1)	(1; 2)	(2; 3)	(3; 4)	(4; 5)

2. Розв'яжіть нерівність $\log_2 x < b$, використавши рисунок.

А	Б	В	Г	Д
(0; 2^b)	(0; b)	($-\infty$; 2^b)	($\log_2 b$; $+\infty$)	($-\infty$; b)



3. Знайти корені рівняння: $\log_3(2x - 1) = \log_3(x^2 - 1)$

4. Розв'язати нерівність: $\log_{0,2}(x - 2) > \log_{0,2}(9 - x)$

5. Розв'язати рівняння: $\log_2(x - 4) + \log_2(2x - 1) = 2 \log_2 3$. Якщо рівняння має кілька коренів, записати у відповідь їх добуток.

Зворотній зв'язок:

E-mail: vitasergiivna1992@gmail.com