

28.02.2023

Група 24

Математика (алгебра)

Урок 18-19

Тема: Самостійна робота №2 «Застосування похідної до дослідження графіків функцій». Підготовка до контрольної роботи №1 «Похідна та її застосування»

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Самостійна робота №2 «Застосування похідної до дослідження графіків функцій»

Розподіл варіантів: 1-6 за списком – 1 варіант; 7-12 за списком – 2 варіант; 13-18 за списком – 3 варіант; 18-24 за списком – 4 варіант, 25-30 за списком – 5 варіант.

Варіант 1

1. (5 балів) Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = 0,75t^4 + 3t^2$ (x – у метрах, t – у секундах). Знайдіть швидкість точки в момент часу $t = 2$ с.
2. (7 балів) Дослідити функцію $y = x^2 - 3x - 10$ та побудувати її графік.

Варіант 2

1. (5 балів) Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = \frac{3}{2}t^2 + 2t - 7$ (x – у метрах, t – у секундах). У який момент часу (u с) швидкість тіла дорівнюватиме 17 м/с?
2. (7 балів) Дослідити функцію $y = x^2 - 2x - 8$ та побудувати її графік.

Варіант 3

1. (5 балів) Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = 0,5t^4 + t^3$ (x – у метрах, t – у секундах). Знайдіть швидкість точки в момент часу $t = 3$ с.
2. (7 балів) Дослідити функцію $y = x^3 + 2x^2 + x$ та побудувати її графік.

Варіант 4

1. (5 балів) Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = 3,5t^2 + 4t + 11$ (x – у метрах, t – у секундах). У який момент часу (у с) швидкість тіла дорівнюватиме 25 м/с?
2. (7 балів) Дослідити функцію $y = 3x^2 - x^3$ та побудувати її графік.

Варіант 5

1. (5 балів) Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = 0,25t^4 - t^2$ (x – у метрах, t – у секундах). Знайдіть швидкість точки у момент часу $t = 3$ с.
2. (7 балів) Дослідити функцію $y = x^4 + 4x^3 - 8x^2$ та побудувати її графік.

Підготовка до контрольної роботи №1 «Похідна та її застосування»

Варіант 0

1. (1 бал) Знайдіть похідну функцій:
1) $y = x^8 - \sin x$; 2) $y = e^x \cos x$.

$$\begin{aligned} 1) \quad y &= x^8 - \sin x \\ y' &= (x^8 - \sin x)' = (x^8)' - (\sin x)' = 8x^7 - \cos x. \\ 2) \quad y &= e^x \cos x. \\ y' &= (e^x \cos x)' = (e^x)' \cos x + (\cos x)' e^x = e^x \cos x - \sin x e^x = \\ &= e^x (\cos x - \sin x). \end{aligned}$$

2. (1 бал) Знайдіть похідну функції $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-3}$ у точці 2.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^2+2}{x^2-3}, \quad x_0 = 2 \\ f'(x) &= \left(\frac{x^2+2}{x^2-3} \right)' = \frac{(x^2+2)'(x^2-3) - (x^2+2)(x^2-3)'}{x^2-3} = \\ &= \frac{2x(x^2-3) - 2x(x^2+2)}{(x^2-3)^2} = \frac{2x^3 - 6x - 2x^3 - 4x}{(x^2-3)^2} = -\frac{10x}{(x^2-3)^2}. \\ f'(2) &= -\frac{10 \cdot 2}{(2^2-3)^2} = -20. \end{aligned}$$

3. (1 бал) Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = x^3$ у точці з абсцисою $x_0 = 1$.

$$\begin{aligned}f(x) &= x^3, \quad x_0 = 1. \\k &= f'(x_0) = f'(1) \\f'(x) &= (x^3)' = 3x^{3-1} = 3x^2. \\f'(1) &= 3 \cdot 1^2 = 3 \\k &= 3.\end{aligned}$$

4. (2 бали) Знайдіть похідну функції $f(x) = (x^2 + 3x)^5$.

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2 + 3x)^5 \\f'(x) &= ((x^2 + 3x)^5)' \cdot (x^2 + 3x)' = 5(x^2 + 3x)^{5-1} \cdot (2x + 3 \cdot 1 \cdot x^{1-1}) = \\&= 5(x^2 + 3x)^4 (2x + 3 \cdot 1 \cdot 1) = 5(x^2 + 3x)^4 (2x + 3).\end{aligned}$$

5. (2 бали) Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = x^4 - \ln x$ у точці з абсцисою $x_0 = 1$.

$$\begin{aligned}f(x) &= x^4 - \ln x, \quad x_0 = 1. \\y &= f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0). \\f(x_0) &= f(1) = 1^4 - \ln 1 = 1. \\f'(x) &= (x^4 - \ln x)' = 4x^3 - \frac{1}{x}. \\f'(x_0) &= f'(1) = 4 \cdot 1^3 - \frac{1}{1} = 4 - 1 = 3. \\y &= 1 + 3(x - 1) = 1 + 3x - 3 = 3x - 2. \\&\text{Відповідь: } y = 3x - 2.\end{aligned}$$

6. (2 бали) Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = 3t^2 - 10t + 17$ (x — у метрах, t — у секундах). У який момент часу (у с) швидкість тіла дорівнюватиме 38 м/с?

$$x(t) = 3t^2 - 10t + 17, \quad v(t) = 38 \text{ м/с.}$$

$$v(t) = x'(t) = 6t - 10$$

$$6t - 10 = 38 \quad 6t = 48 \quad t = 8 \text{ с.} \quad \text{Вигновок: } t = 8 \text{ с.}$$

7. (3 бали) Дослідити функцію $y = x^3 - 3x$ та побудувати її графік.

$$y = x^3 - 3x$$

1) $D(y) = \mathbb{R}$.

2) $f(-x) = (-x)^3 - 3 \cdot (-x) = -x^3 + 3x = -(x^3 - 3x) = -f(x)$.

Непарна.

3) Нулі: $x^3 - 3x = 0$

$$x(x^2 - 3) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \text{або} \quad (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$x - \sqrt{3} = 0 \quad x + \sqrt{3} = 0$$

$$x_2 = \sqrt{3} \quad x_3 = -\sqrt{3}$$

4) $f'(x) = (x^3 - 3x)' = 3x^{3-1} - 3 \cdot 1 \cdot x^{1-1} = 3x^2 - 3x^0 = 3x^2 - 3$.

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$3x^2 = 3$$

$$x^2 = 1$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -1$$



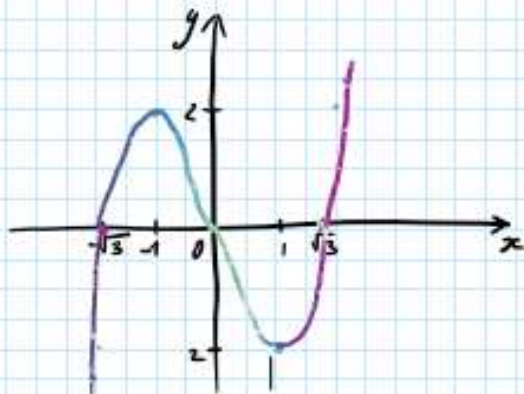
Функція зростає: $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

Функція спадає: $[-1; 1]$.

5) $x_{\min} = 1 \quad f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 = 1 - 3 = -2$

$x_{\max} = -1 \quad f(-1) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1) = -1 + 3 = 2$

6) Графік.



Домашнє завдання: надіслати виконану самостійну роботу на пошту відповідно до розподілу варіантів.

Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com