

30.01.2023

Група 13

Математика (алгебра)

Урок 22-23

Тема: Основні тригонометричні формули

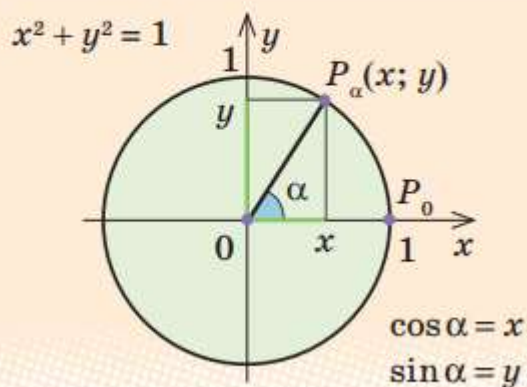
Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Основна тригонометрична тотожність

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

141. Спростіть вираз:

1) $\sin^2 \beta - 1$;

7) $(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2 + (1 - \operatorname{tg} \alpha)^2$;

2) $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha + \operatorname{ctg}^2 5\alpha$;

8) $\operatorname{ctg} x + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$;

3) $2\sin \frac{\alpha}{3} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{3} - \cos \frac{\alpha}{3}$;

9) $\frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi} - \frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi}$;

4) $\frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha - 1} + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha$;

10) $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha$;

5) $\frac{\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$;

11) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}$;

6) $\left(1 + \cos \frac{x}{2}\right) \left(1 - \cos \frac{x}{2}\right)$;

12) $\frac{\cos^3(-\alpha) + \sin^3(-\alpha)}{\cos \alpha + \sin(-\alpha)}$.

1) $\sin^2 \beta - 1 = 1 - \cos^2 \beta - 1 = -\cos^2 \beta$;

2) $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha + \operatorname{ctg}^2 5\alpha = 1 + \operatorname{ctg}^2 5\alpha = \frac{1}{\sin^2 5\alpha}$;

3) $2\sin \frac{\alpha}{3} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{3} - \cos \frac{\alpha}{3} = 2\sin \frac{\alpha}{3} \cdot \frac{\cos \frac{\alpha}{3}}{\sin \frac{\alpha}{3}} - \cos \frac{\alpha}{3} = 2\cos \frac{\alpha}{3} - \cos \frac{\alpha}{3} = \cos \frac{\alpha}{3}$;

4) $\frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha - 1} + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1 - \sin^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha - 1} + 1 = \frac{-\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + 1 = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 1 = \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$;

5) $\frac{\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \sin \alpha \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{1} = \sin^3 \alpha$;

6) $\left(1 + \cos \frac{x}{2}\right) \left(1 - \cos \frac{x}{2}\right) = 1 - \cos^2 \frac{x}{2} = 1 - (1 - \sin^2 \frac{x}{2}) = 1 - 1 + \sin^2 \frac{x}{2} = \sin^2 \frac{x}{2}$;

7) $(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2 + (1 - \operatorname{tg} \alpha)^2 = 1 + 2\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 - 2\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha = 2 + 2\operatorname{tg}^2 \alpha = 2(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = 2 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{2}{\cos^2 \alpha}$;

$$8) \operatorname{ctg} x + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x(1 + \cos x)}$$

$$= \frac{\cos x + 1}{\sin x(1 + \cos x)} = \frac{1}{\sin x};$$

$$9) \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi} - \frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi} = \frac{\sin^2 \varphi - (1 + \cos \varphi)(1 - \cos \varphi)}{\sin \varphi(1 - \cos \varphi)}$$

$$= \frac{\sin^2 \varphi - (1 - \cos^2 \varphi)}{\sin \varphi(1 - \cos \varphi)} = \frac{\sin^2 \varphi - 1 + \cos^2 \varphi}{\sin \varphi(1 - \cos \varphi)} = \frac{1 - 1}{\sin \varphi(1 - \cos \varphi)}$$

$$= \frac{0}{\sin \varphi(1 - \cos \varphi)} = 0;$$

$$10) \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha \cdot 1 + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$11) \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos \alpha \sin \alpha}} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{\frac{1}{\cos \alpha \sin \alpha}}$$

$$= \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{1} = \cos^2 \alpha.$$

142. Доведіть тотожність:

$$1) \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \beta;$$

$$2) \sin^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cos^2 \beta = 1;$$

$$3) \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \sin \alpha \cos \alpha} = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha;$$

$$1) \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \beta}{\sin \beta}}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \beta}{\cos \beta}} = \frac{\frac{\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta}{\sin \beta \cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta}}$$

$$= \frac{\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta}{\sin \beta \cos \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta} =$$

$$= \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sin \beta \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta;$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad & \sin^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cos^2 \beta = \\
 & = \sin^2 \alpha (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) + \cos^2 \alpha (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) = \\
 & = \sin^2 \alpha \cdot 1 + \cos^2 \alpha \cdot 1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad & \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha - 1}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \cos \alpha} = \\
 & = \frac{1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 1}{\frac{\cos \alpha - \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\cos \alpha (1 - \sin^2 \alpha)}{\sin \alpha}} = \\
 & = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\cos \alpha \cdot (1 - 1 + \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha}} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\cos \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\sin \alpha}} = \\
 & = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\cos^3 \alpha}{\sin \alpha}} = 2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} = \frac{2 \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha.
 \end{aligned}$$

Домашнє завдання: пройти тест за посиланням

<https://forms.gle/FtpTmhsb16vZcy4o6>.

Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com