

31.01.2023

Група 24

Математика (алгебра)

Урок 13-14

Тема: Найбільше та найменше значення функції на графіку

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Яку кількість продукції треба випустити підприємству, щоб отримати найбільший прибуток? Як, маючи обмежені ресурси, виконати виробниче завдання в найкоротший час? Як організувати доставку товару в торговельні точки так, щоб витрати палива були найменшими? Такі й подібні задачі на пошук оптимального розв'язку займають значне місце в практичній діяльності людини.

У цьому пункті ми з'ясуємо, як можна знайти найбільше і найменше значення функції на проміжку $[a; b]$. Обмежимося розглядом лише диференційовних функцій.

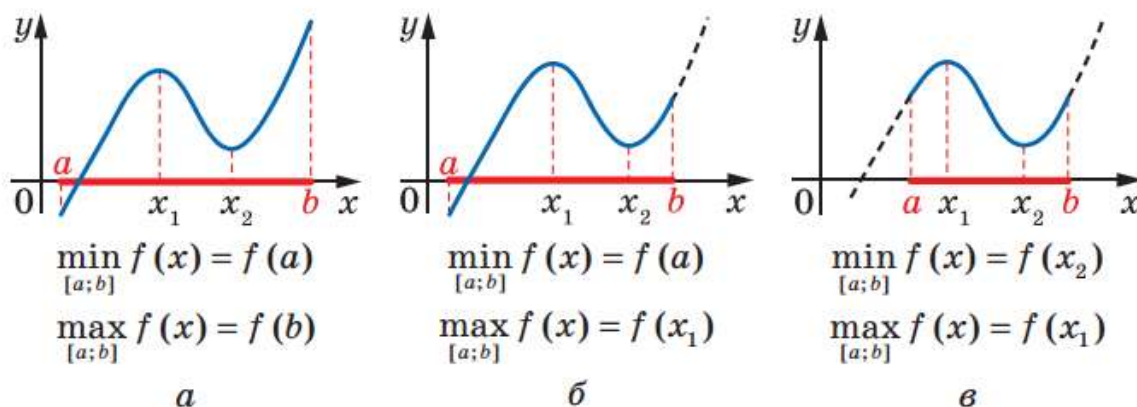


Рис. 24.1

Можна показати, що диференційовна на проміжку $[a; b]$ функція набуває на цьому проміжку найбільшого і найменшого значень або на кінцях відрізка, або в точках екстремуму (рис. 24.1).

Зважаючи на це, пошук найбільшого і найменшого значень диференційовної функції на проміжку $[a; b]$ можна проводити, користуючись такою схемою.

1. Знайти точки функції f , у яких її похідна дорівнює нулю.
2. Обчислити значення функції в тих знайдених точках, які належать розглядуваному проміжку, і на кінцях цього проміжку.
3. З усіх знайдених значень вибрати найбільше і найменше.

24.1.* Знайдіть найбільше і найменше значення функції f на вказаному проміжку:

1) $f(x) = 3x^2 - x^3, [-1; 3];$ 3) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 3, [-1; 4];$

2) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5, [0; 2];$ 4) $f(x) = \frac{x^2 + 8}{x - 1}, [-3; 0].$

1) $f(x) = 3x^2 - x^3, [-1; 3];$

$$f'(x) = (3x^2 - x^3)' = 3 \cdot 2x^{2-1} - 3 \cdot x^{3-1} = 6x - 3x^2$$

$$6x - 3x^2 = 0$$

$$x(6 - 3x) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \text{або} \quad 6 - 3x = 0$$

$$-3x = -6$$

$$x_2 = 2$$

$$f(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - (-1)^3 = 3 - (-1) = 4$$

$$f(0) = 3 \cdot 0^2 - 0^3 = 0$$

$$f(2) = 3 \cdot 2^2 - 2^3 = 3 \cdot 4 - 8 = 4$$

$$f(3) = 3 \cdot 3^2 - 3^3 = 27 - 27 = 0$$

Відповідь: $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(-1) = f(2) = 4;$

$$\min_{[-1; 3]} f(x) = f(0) = f(3) = 0.$$

найбільше значення

найменше значення

$$2) f(x) = x^3 - 2x^2 + 5, [0; 2]$$

$$f'(x) = (x^3 - 2x^2 + 5)' = 3x^{2-1} - 2 \cdot 2x^{2-1} + 0 = 3x^2 - 4x$$

$$3x^2 - 4x = 0$$

$$4x(x^2 - 1) = 0$$

$$4x = 0 \text{ або } x^2 - 1 = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x^2 = 1$$

$$x_2 = 1 \quad x_3 = -1$$

\uparrow не належить проміжку.

$$f(0) = 0^3 - 2 \cdot 0^2 + 5 = 5$$

$$f(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 5 = 1 - 2 + 5 = 4 \text{ - найменше значення.}$$

$$f(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 = 16 - 8 + 5 = 13 \text{ - найбільше значення.}$$

$$\text{Вигновок: } \max_{[0; 2]} f(x) = f(2) = 13;$$

$$\min_{[0; 2]} f(x) = f(1) = 4.$$

$$3) f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 3, [-1; 4]$$

$$f'(x) = (2x^3 - 9x^2 - 3)' = 2 \cdot 3 \cdot x^{2-1} - 9 \cdot 2x^{2-1} - 0 = 6x^2 - 18x$$

$$6x^2 - 18x = 0$$

$$6x(x - 3) = 0$$

$$6x = 0 \quad x - 3 = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 3$$

$$f(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 9 \cdot (-1)^2 - 3 = -2 - 9 - 3 = -14$$

$$f(0) = 2 \cdot 0^3 - 9 \cdot 0^2 - 3 = -3 \text{ - найбільше значення.}$$

$$f(3) = 2 \cdot 3^3 - 9 \cdot 3^2 - 3 = 2 \cdot 27 - 9 \cdot 9 - 3 = 54 - 81 - 3 = -30 \text{ - найменше значення.}$$

$$f(4) = 2 \cdot 4^3 - 9 \cdot 4^2 - 3 = 2 \cdot 64 - 9 \cdot 16 - 3 = 128 - 144 - 3 = -19$$

$$\text{Вигновок: } \max_{[-1; 4]} f(x) = f(0) = -3;$$

$$\min_{[-1; 4]} f(x) = f(3) = -30.$$

$$4) f(x) = \frac{x^2+8}{x-1}, [-3; 0].$$

$$f'(x) = \left(\frac{x^2+8}{x-1} \right)' = \frac{(x^2+8)'(x-1) - (x^2+8)(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{2x(x-1) - (x^2+8)}{(x-1)^2} =$$

$$= \frac{2x^2 - 2x - x^2 - 8}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x-1)^2}$$

$$\frac{x^2 - 2x - 8}{(x-1)^2} = 0$$

$$(x-1)^2 \neq 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x-1 \neq 0$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36$$

$$x \neq 1$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{36} = 6$$

$$x_1 = \frac{2-6}{2 \cdot 1} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{2+6}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4 \text{ - не належить проміжку.}$$

$$f(-3) = \frac{(-3)^2+8}{-3-1} = \frac{9+8}{-4} = -\frac{17}{4} = -4,25$$

$$f(-2) = \frac{(-2)^2+8}{-2-1} = \frac{4+8}{-3} = -\frac{12}{3} = -4 \text{ - найбільше значення.}$$

$$f(0) = \frac{0^2+8}{0-1} = \frac{8}{-1} = -8 \text{ - найменше значення.}$$

$$\text{Відповідь: } \max_{[-3; 0]} f(x) = f(-2) = -4;$$

$$\min_{[-3; 0]} f(x) = f(0) = -8.$$

Домашнє завдання: пройти тест за посиланням

<https://forms.gle/U5Mow6Vq3UdfwDdC9>.

Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com